

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
DEPARTAMENTO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA ELÉTRICA**

**DANIEL MARTINS BEZ**

**ESTRATÉGIA EM DOIS ESTÁGIOS UTILIZANDO  
ROTAÇÕES DE GIVENS EM BLOCOS PARA A  
INCLUSÃO DE MEDIDAS FASORIAIS NA ESTIMAÇÃO  
DE ESTADOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA.**

Florianópolis

2013



DANIEL MARTINS BEZ

**ESTRATÉGIA EM DOIS ESTÁGIOS UTILIZANDO  
ROTAÇÕES DE GIVENS EM BLOCOS PARA A  
INCLUSÃO DE MEDIDAS FASORIAIS NA ESTIMAÇÃO  
DE ESTADOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA.**

Dissertação submetida ao Programa  
de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica  
para a obtenção do Grau de Mestre  
em Engenharia Elétrica.  
Orientador: Prof. Antonio José Alves  
Simões Costa, Ph.D

Florianópolis

2013



DANIEL MARTINS BEZ

**ESTRATÉGIA EM DOIS ESTÁGIOS UTILIZANDO  
ROTAÇÕES DE GIVENS EM BLOCOS PARA A  
INCLUSÃO DE MEDIDAS FASORIAIS NA ESTIMAÇÃO  
DE ESTADOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA.**

Esta Dissertação foi julgada aprovada para a obtenção do Título de “Mestre em Engenharia Elétrica”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Florianópolis, 10 de junho 2013.

---

Prof. Patrick Kuo Peng, Dr.  
Coordenador do Curso

---

Prof. Antonio José Alves Simões Costa, Ph.D  
Orientador

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Antonio José Alves Simões Costa, Ph.D.  
Presidente

---

Prof. Aguinaldo Silveira e Silva, Ph.D.

---

Prof. Ildemar Cassana Decker, D.Sc.

---

Prof. Luís Fernando Costa Alberto, Dr.



Este trabalho é dedicado à minha vó, Nívia.





## AGRADECIMENTOS

Este trabalho de dissertação não teria sido possível sem a contribuição de um grande número de pessoas com quem tive a oportunidade e o privilégio de conviver nesses últimos anos.

Inicialmente gostaria de agradecer aos meus pais, Roberto e Denise, e ao meu irmão, André, pelo apoio incondicional, pela confiança e pelo carinho que depositaram em mim ao longo de toda a vida.

Também sou muito grato ao professor Antonio Simões Costa pela imensa contribuição feita para a minha formação, não apenas na engenharia, como também pessoal e profissional.

Obrigado à minha namorada, Mayara Sartori, pela compreensão e por estar sempre presente nos momentos difíceis.

Agradeço a todos os colegas da universidade pelo incentivo e a pela troca de ideias. Um reconhecimento especial aos amigos: André, Carol, Ciro, Danilo, Diego, Edson, Fernando, Franciele, João, Kauana, Leonardo, Nastasha e Patrícia.

Obrigado também aos colegas do Operador Nacional do Sistema Elétrico pelo apoio na conclusão deste trabalho.



Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

**ESTRATÉGIA EM DOIS ESTÁGIOS UTILIZANDO ROTAÇÕES DE GIVENS EM BLOCOS PARA A INCLUSÃO DE MEDIDAS FASORIAIS NA ESTIMAÇÃO DE ESTADOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA.**

**Daniel Martins Bez**

Junho/2013

Orientador: Prof. Antonio José Alves Simões Costa, Ph.D.

Área de Concentração: Sistemas de Energia Elétrica.

Palavras-chave: Estimação de Estados em Sistemas de Potência; Rotações Ortogonais de Givens; Medições Fasoriais Sincronizadas; Modelagem em Tempo Real de Sistemas de Potência.

Número de Páginas: 173

Nesta dissertação é desenvolvida uma estratégia de estimação de estados em dois estágios para incorporar medidas fasoriais à estimação de estados em sistemas de potência. O primeiro estágio consiste de um estimador convencional, que processa apenas medidas oriundas do sistema SCADA. Nenhuma restrição é imposta ao seu algoritmo de solução. O segundo estágio é formado por um estimador que processa medidas fasoriais sincronizadas combinando-as com o resultado do primeiro estágio, de modo a obter, em uma etapa de pós processamento, a estimativa final combinada dos dois sistemas de medição.

O segundo estágio é formulado em coordenadas retangulares, resultando em um modelo de medição linear. Como consequência, não é necessário recorrer a métodos iterativos e a solução é obtida de forma direta. A contrapartida da mudança do sistema de coordenadas é que as características estatísticas dos dados (e dos resultados do primeiro estágio) são alteradas. Além disso, as matrizes do problema passam a apresentar uma estrutura em blocos  $2 \times 2$ .

Para solucionar o problema do segundo estágio foi desenvolvido um estimador de estados ortogonal baseado nas rotações de Givens em blocos. Este algoritmo, e a extensão matricial das rotações rápidas de Givens, são desenvolvimentos próprios deste trabalho que atendem às características do problema do segundo estágio sem abrir mão da robustez numérica.

A metodologia proposta é avaliada através de casos de estudo conduzidos com os sistemas-teste de 14, 30 e 57 barras do IEEE. Resultados numéricos indicam melhoria na qualidade das estimativas quando todas as propriedades estatísticas e estruturais do problema do segundo estágio são consideradas através do método ortogonal baseado nas rotações de Givens em blocos.



Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

**TWO-STAGE STRATEGY USING BLOCK GIVENS ROTATIONS TO INCORPORATE PHASOR MEASUREMENTS INTO POWER SYSTEM STATE ESTIMATION.**

**Daniel Martins Bez**

Jun/2013

Advisor: Prof. Antonio José Alves Simões Costa, Ph.D.

Area of Concentration: Electric Energy Systems.

Keywords: Power System State Estimation; Givens Rotations; Synchronized Phasor Measurements; Real Time Power System Modeling.

Number of Pages: 173

This thesis addresses a two-stage strategy to incorporate phasor measurements to power system state estimation. The first stage consists of a conventional state estimator, which processes measurements acquired from SCADA systems only. No restriction is imposed upon its solution algorithm. The second stage processes phasor measurements combining them with the results of the first stage in order to obtain, in a post-processing step, a final state estimate based on data from both measurement systems.

The second stage formulation makes use of rectangular coordinates, resulting in a linear measurement model. Therefore, it is not necessary to rely on iterative methods and the solution is directly obtained. The price to be paid for this transformation is that the data statistical properties are modified. Additionally, matrices of the measurement model of the second stage present a  $2 \times 2$  block structure.

An orthogonal state estimator based on a block form of Givens rotations has been developed in this thesis to solve the second stage. This algorithm, and the extended matrix form of fast Givens rotations, are developments of this thesis that meet the second stage requirements without compromising numerical robustness.

Case studies are conducted on IEEE benchmark systems to evaluate the proposed methodology. Numerical results indicates quality improvements in the estimates when all statistical and structural properties of the second stage are considered through the proposed method.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Sistema de supervisão e controle. ....	26
Figura 1.2	Estratégia em dois estágios. ....	29
Figura 2.1	Transformador de Corrente. ....	32
Figura 2.2	Gráfico de exatidão do TC de classe 0,3 [1]. ....	32
Figura 2.3	Transformador de Potencial e Divisor de Potencial Capacitivo. ....	33
Figura 2.4	Esquema típico de medição de uma fase. ....	34
Figura 2.5	Sistema de supervisão e controle do ONS [2]. ....	37
Figura 2.6	Função densidade de probabilidade Gaussiana. ....	41
Figura 2.7	Função densidade de probabilidade Gaussiana normalizada. ....	41
Figura 3.1	Representação fasorial. ....	45
Figura 3.2	Sinal senoidal com período diferente do período de amostragem. ....	46
Figura 3.3	Sinais senoidais $x(t)$ e $y(t)$ amostrados nos mesmos instantes, $\delta - \phi \rightarrow \text{constante}$ . ....	46
Figura 3.4	Principais elementos de uma PMU. [3]. ....	47
Figura 3.5	Estrutura de um sistema de medição fasorial sincronizada [4]. ....	51
Figura 4.1	Funções da estimação de estados. ....	55
Figura 4.2	Fluxograma do Método da Equação Normal ....	63
Figura 4.3	Inicialização de matrizes. O sobrescrito 0 indica valor inicial. ....	74
Figura 4.4	Rotações rápidas de Givens. Os círculos indicam elementos atualizados, enquanto os quadrados indicam rotações subsequentes. ....	75
Figura 4.5	Fluxograma do método sequencial ortogonal baseado nas rotações rápidas de Givens. ....	76
Figura 5.1	Inicialização de matrizes. O sobrescrito 0 indica valor inicial. ....	89
Figura 5.2	Rotações rápidas de Givens em blocos. Os círculos indicam elementos atualizados, enquanto os quadrados indicam rotações subsequentes. ....	90
Figura 5.3	Fluxograma do método sequencial ortogonal baseado	

	nas rotações rápidas de Givens em blocos.....	91
Figura 6.1	Estratégia de estimação em dois estágios .....	94
Figura 6.2	Fluxograma da solução do segundo estágio linear via método sequencial ortogonal baseado nas rotações rápidas de Givens em blocos.....	103
Figura 6.3	Fluxograma da solução do segundo estágio via método sequencial ortogonal baseado rotações rápidas de Givens escalares. ....	106
Figura 7.1	Ambiente de simulação .....	109
Figura 7.2	Análise 1.A - Plano de medição para o sistema IEEE 14 barras .	112
Figura 7.3	Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 14 barras. Plano de medição fasorial completo.	113
Figura 7.4	Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 14 barras. Plano de medição fasorial completo. Foco no 2º estágio.....	113
Figura 7.5	Análise 1.A Plano de medição para o sistema IEEE 30 barras ..	114
Figura 7.6	Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 30 barras. Plano de medição fasorial completo.	115
Figura 7.7	Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 30 barras. Plano de medição fasorial completo. Foco no 2º estágio.....	116
Figura 7.8	Análise 1.A Diagrama unifilar do sistema IEEE 57 barras .....	116
Figura 7.9	Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 57 barras. Plano de medição fasorial completo.	117
Figura 7.10	Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 57 barras. Plano de medição fasorial completo. Foco no 2º estágio.....	118
Figura 7.11	Análise 1.B - Plano de medição para o sistema IEEE 14 barras .	119
Figura 7.12	Configuração de elementos não-nulos da (a) matriz de observação $\mathbf{H}'_p$ e da (b) matriz de covariância dos erros de medição $\mathbf{R}'_p$ ...	120
Figura 7.13	Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 14 barras. PMUs nas barras 1 e 2. ....	121
Figura 7.14	Análise - 1.B Plano de medição para o sistema IEEE 30 barras .	122
Figura 7.15	Configuração de elementos não-nulos da (a) matriz de observação $\mathbf{H}'_p$ e da (b) matriz de covariância dos erros de medição $\mathbf{R}'_p$ ...	122
Figura 7.16	Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 30 barras. PMUs nas barras 1, 2, 25 e 27.	123
Figura 7.17	Configuração de elementos não-nulos da (a) matriz de observação	



$\mathbf{H}_p'$ e da (b) matriz de covariância dos erros de medição $\mathbf{R}_p'$ ...	124
Figura 7.18 Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 57 barras. PMUs nas barras 1, 2, 9, 10, 32 e 36. ....	125
Figura 7.19 Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 14 barras. Plano de medição fasorial completo.	127
Figura 7.20 Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 30 barras. Plano de medição fasorial completo.	128
Figura 7.21 Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 57 barras. Plano de medição fasorial completo.	129
Figura 7.22 Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 14 barras. PMUs nas barras 1 e 2. ....	131
Figura 7.23 Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 30 barras. PMUs nas barras 1, 2, 25 e 27.	132
Figura 7.24 Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 57 barras. PMUs nas barras 1, 2, 9, 10, 32 e 36. ....	133
Figura 7.25 Análise 4 - Plano de medição para o sistema IEEE 14 barras ...	135
Figura 7.26 Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 14 barras. PMUs nas barras 1, 10 e 11. ...	136
Figura 7.27 Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 14 barras. PMUs nas barras 1, 10 e 11. Foco no 2º estágio. ....	136
Figura 7.28 Análise 4 - Plano de medição para o sistema IEEE 30 barras ...	137
Figura 7.29 Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 30 barras. PMUs nas barras 1, 18 e 19. ...	138
Figura 7.30 Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 30 barras. PMUs nas barras 1, 18 e 19. Foco no 2º estágio. ....	138
Figura A.1 Modelo de linha de transmissão e transformadores. ...	147



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Rede Supervisionada e Modelagem do sistema do ONS [5]	55
Tabela 2	Análise 1.A - Plano de medição para o sistema IEEE 14 barras	112
Tabela 3	Erro vetorial total médio para a Análise 1.A do sistema IEEE 14 barras .....	114
Tabela 4	Análise 1.A - Plano de medição para o sistema IEEE 30 barras	114
Tabela 5	Erro vetorial total médio para a Análise 1.A do sistema IEEE 30 barras .....	115
Tabela 6	Análise 1.A - Plano de medição para o sistema IEEE 57 barras	117
Tabela 7	Erro vetorial total médio para a Análise 1.A do sistema IEEE 57 barras .....	118
Tabela 8	Análise 1.B - Plano de medição para o sistema IEEE 14 barras.	119
Tabela 9	Erro vetorial total médio para a Análise 1.B do sistema IEEE 14 barras .....	120
Tabela 10	Análise 1.B - Plano de medição para o sistema IEEE 30 barras.	121
Tabela 11	Erro vetorial total médio para a Análise 1.B do sistema IEEE 30 barras .....	123
Tabela 12	Análise 1.B - Plano de medição para o sistema IEEE 57 barras.	124
Tabela 13	Erro vetorial total médio para a Análise 1.B do sistema IEEE 57 barras .....	125
Tabela 14	Erro vetorial total médio para a Análise 2 do sistema IEEE 14 barras .....	127
Tabela 15	Erro vetorial total médio para a Análise 2 do sistema IEEE 30 barras .....	128
Tabela 16	Erro vetorial total médio para a Análise 2 do sistema IEEE 57 barras .....	129
Tabela 17	Erro vetorial total médio para a Análise 3 do sistema IEEE 14 barras .....	131
Tabela 18	Erro vetorial total médio para a Análise 3 do sistema IEEE 30 barras .....	132
Tabela 19	Erro vetorial total médio para a Análise 3 do sistema IEEE 57 barras .....	133
Tabela 20	Análise 4 - Plano de medição para o sistema IEEE 14 barras ..	135
Tabela 21	Erro vetorial total médio para a Análise 4 do sistema IEEE 14 barras .....	135

Tabela 22	Análise 4 - Plano de medição para o sistema IEEE 30 barras ..	137
Tabela 23	Erro vetorial total médio para a Análise 4 do sistema IEEE 30 barras .....	139
Tabela 24	Dados de Barra do Sistema IEEE 14 Barras .....	155
Tabela 25	Dados de Linha do Sistema IEEE 14 Barras .....	155
Tabela 26	Dados de Barra do Sistema IEEE 30 Barras .....	159
Tabela 27	Dados de Linha do Sistema IEEE 30 Barras .....	160
Tabela 29	Dados de Linha do Sistema IEEE 57 Barras .....	163
Tabela 29	Dados de Linha do Sistema IEEE 57 Barras .....	164
Tabela 28	Dados de Barra do Sistema IEEE 57 Barras .....	165

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
CAG	Controle Automático de Geração
CCEE	Câmara de Comercialização de Energia Elétrica
CD	Concentradores de Dados
CNOS	Centro Nacional de Operação do Sistema
CORS	Centro de Operação Regional do Sistema
COS	Centro de Operação do Sistema
EMS	<i>Energy Management System</i>
FCR	Fator de Correção de Relação
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
GSP	Grupo de Sistemas de Potência
IED	Intelligent Electronic Device
KEMA	Keuring Van Electrotechnische Materialen
ONS	Operador Nacional do Sistema
PDC	<i>Phasor Data Concentrator</i>
PMU	Phasor Measurement Unit
RGR	Rede de Gerenciamento Remoto
RTC	Relação de Transformação do TC
RTM	Regulamento Técnico Metrológico
SCADA	Sistemas de Supervisão e Aquisição de Dados
SIN	Sistema Interligado Nacional
SMFS	Sistemas de Medição Fasorial Sincronizada
SPQR	Soma Ponderada dos Quadrados dos Resíduos
SSCL	Sistema de Supervisão e Controle Local
TC	Transformador de Corrente
TPC	Transformador de Potencial Capacitivo
THD	Distorção Harmônica Total
TP	Transformador de Potencial
TVE	Erro Vetorial Total
UTC	<i>Universal Time Coordinate</i>
UTR	Unidade Terminal Remota



# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>25</b>
1.1 Análise de Segurança .....	25
1.2 Sistemas de Medição e Estimação de Estados .....	27
1.3 Objetivos, Contribuições e Organização da Dissertação .....	29
<b>2 SISTEMAS DE MEDIÇÃO E SUPERVISÃO .....</b>	<b>31</b>
2.1 Introdução .....	31
2.2 Transformadores de Instrumentação .....	31
2.3 Erros de Medição .....	34
2.4 Sistema SCADA .....	36
2.5 Quantidades Monitoradas .....	37
2.6 Taxas de Amostragem .....	39
2.7 Considerações para a Estimação de Estados .....	40
2.8 Conclusão.....	42
<b>3 SISTEMA DE MEDIÇÃO FASORIAL SINCRONIZADA .....</b>	<b>43</b>
3.1 Introdução .....	43
3.2 Definições .....	44
3.3 Erros de Medição .....	47
3.4 Requisitos de Desempenho .....	48
3.5 Fasores Monitorados .....	49
3.6 Sistema de Telecomunicação.....	50
3.7 Taxas de Amostragem .....	50
3.8 Conclusão.....	51
<b>4 ESTIMAÇÃO DE ESTADOS .....</b>	<b>53</b>
4.1 Introdução .....	53
4.1.1 Modelo de Medição .....	56
4.2 Formulação Matemática .....	57
4.2.1 Informação à priori .....	59
4.3 Métodos de Solução .....	59
4.3.1 Método da Equação Normal .....	60
4.3.1.1 Algoritmo .....	62
4.3.1.2 Condicionamento Numérico da Matriz de Ganho.....	63

4.3.2	Método Ortogonal-Sequencial .....	64
4.3.2.1	Rotações de Givens .....	66
4.3.2.2	Solução via Rotações de Givens .....	71
4.3.2.3	Algoritmo .....	74
4.4	Conclusão .....	76
<b>5</b>	<b>MÉTODO SEQUENCIAL ORTOGONAL BASEADO NAS ROTAÇÕES DE GIVENS EM BLOCOS .....</b>	<b>79</b>
5.1	Introdução .....	79
5.2	Rotação de Givens em Blocos .....	80
5.3	Solução via Rotações de Givens em Blocos .....	85
5.4	Algoritmo .....	89
5.5	Conclusão .....	92
<b>6</b>	<b>ESTRATÉGIA EM DOIS ESTÁGIOS PARA INCLUSÃO DE MEDIDAS FASORIAIS NA EESP .....</b>	<b>93</b>
6.1	Introdução .....	93
6.2	Implementação do Segundo Estágio .....	96
6.2.1	Transformação de Coordenadas e Propriedades Estatísticas .....	96
6.2.2	Formulação do Estimador de Estados .....	100
6.3	Solução via Método Ortogonal Baseado nas Rotações Rápidas de Givens em Blocos .....	102
6.4	Solução via Método da Equação Normal com Ponderação em Blocos .....	103
6.4.1	Resultados do Primeiro Estágio Considerados como Pseudomedidas .....	104
6.4.2	Resultados do Primeiro Estágio Considerados com Informação A Priori .....	104
6.5	Solução via Método Ortogonal baseado nas Rotações Rápidas de Givens Escalares .....	105
6.6	Conclusão .....	106
<b>7</b>	<b>RESULTADOS NUMÉRICOS .....</b>	<b>107</b>
7.1	Introdução .....	107
7.2	Ambiente de Simulação .....	108
7.3	Considerações e Métricas .....	109
7.4	Análise 1: Qualidade geral das estimativas .....	111
7.4.1	Caso A: Sistema elétrico observável com medidas fasoriais .....	111



7.4.2	Caso B: Sistema elétrico não observável com medidas fasoriais .....	119
7.4.3	Considerações para a Análise 1 .....	125
7.5	Análise 2: Correção do <i>bias</i> na média dos erros em coordenadas retangulares .....	126
7.5.1	Considerações para a Análise 2 .....	130
7.6	Análise 3: Erros Grosseiros em Medidas Fasoriais .....	130
7.6.1	Considerações para a Análise 3 .....	134
7.7	Análise 4: Medidas Fasoriais Complementando a Observabilidade .....	134
7.7.1	Considerações para a Análise 4 .....	139
7.8	Conclusão .....	139
<b>8</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>141</b>
8.1	Considerações Finais .....	141
8.2	Sugestões para Trabalhos Futuros .....	144
	<b>APÊNDICE A – Modelo dos Elementos da Rede e Medidas .....</b>	<b>147</b>
	<b>ANEXO A – Sistema teste IEEE 14 barras .....</b>	<b>155</b>
	<b>ANEXO B – Sistema teste IEEE 30 barras .....</b>	<b>159</b>
	<b>ANEXO C – Sistema teste IEEE 57 barras .....</b>	<b>163</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>167</b>



# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Análise de Segurança

A evolução dos sistemas de potência na segunda metade do século 20, com um aumento expressivo da carga e a necessidade de se integrar diversos sistemas em uma única malha elétrica, resultou no aumento da complexidade de operação e supervisão. Paralelamente, as tecnologias de transmissão e processamento de dados possibilitaram o desenvolvimento de uma estrutura centralizada de controle e telecomando. Tal estrutura tem como base dois sistemas: o controle automático de geração e o controle supervisório (incorporando funções de controle, monitoramento e otimização).

A operação/monitoração em tempo real constitui tradicionalmente uma extensão do sistema SCADA (*Supervisory Control and Data Aquisition*) e permite a execução de funções relacionadas à segurança operativa. Os mesmos canais de transmissão de dados do sistema SCADA são utilizados para comandar os componentes do sistema. No Brasil, os critérios de desempenho na operação do sistema interligado nacional (SIN) são definidos pelo Operador Nacional do Sistema elétrico (ONS) e homologados pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) através dos Procedimentos de Rede [6].

O principal objetivo dos operadores de sistemas elétricos é manter o sistema em um estado normal e seguro. Para isso, é necessário monitoração das variáveis elétricas, identificação do ponto de operação e conhecimento de procedimentos corretivos e preventivos. O estudo do controle e operação, de um ponto de vista sistêmico, é conhecido como análise de segurança. A primeira etapa da análise de segurança consiste na aquisição de medidas analógicas e digitais. Nos centros de operação do sistema (COS), as informações agregadas pelo sistema SCADA alimentam o EMS (*energy management system*), que é o conjunto de aplicativos, redes de computadores e interfaces homem-máquina que subsidiam os operadores na tomada de decisão em tempo real. Na Figura 1.1 é apresentado o esquema típico da estrutura de um sistema de supervisão e controle (SSC).

O SSC opera em tempo-real, ou seja, deve disponibilizar respostas às funções requeridas em intervalos restritos de tempo. Este requisito torna necessário que os sistemas computacionais associados à operação sejam rápidos, independentemente da situação e do processamento efetuado. O requisito temporal torna imperativo o desenvol-

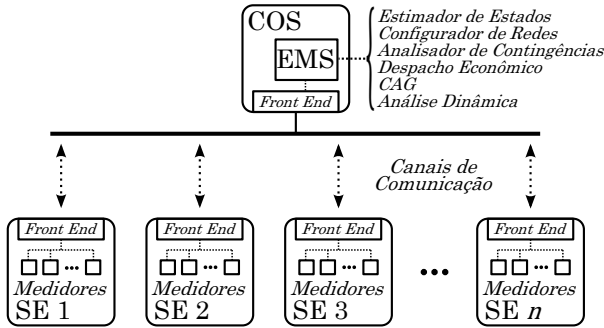


Figura 1.1 – Sistema de supervisão e controle.

vimento de algoritmos computacionalmente robustos e eficientes. Os aplicativos básicos que constituem o EMS realizam das seguintes atividades:

- *Configurador de redes*: configuração topológica do modelo da rede elétrica baseada nas telemedidas digitais recebidas em tempo real;
- *Estimador de estados*: estimação dos estados (tensão complexa nas barras) a partir das telemedidas analógicas recebidas em tempo real e subsequente geração de modelo da rede elétrica para o instante corrente;
- *Analisador de contingências*: análise de contingências para regime permanente por meio de simulações de perda de equipamentos no modelo corrente da rede elétrica, obtido do Estimador de estados;
- *Despacho econômico*: redespacho dos recursos de potência ativa e/ou reativa, por meio de simulações, visando indicar todos os controles ótimos a serem implementados para a eliminação de violações detectadas;
- *Análise dinâmica*: análise da segurança dinâmica em tempo real por meio de estudos de estabilidade, com simulação de variação de intercâmbios e perda de equipamentos;
- *Controle Automático de Geração – CAG*: processo sistêmico que viabiliza a manutenção da frequência e/ou do intercâmbio entre áreas do sistema elétrico, por meio de recursos de controle que atuam em usinas ou unidades geradoras.

## 1.2 Sistemas de Medição e Estimação de Estados

Tradicionalmente o sistema de aquisição de dados é baseado no sistema SCADA. Esta infraestrutura de telecomunicações alimenta todas as funções de análise e controle dos sistemas elétricos. A respeito da condição operativa do sistema elétrico, o SCADA disponibiliza medidas brutas das variáveis elétricas além de medidas digitais de estados de disjuntos e chaves. Este procedimento é incompleto, uma vez que não há nenhum tipo de tratamento dos dados recebidos e não há informação a respeito de variáveis não monitoradas. Essa limitação sobre a observação do estado operativo expõe a fragilidade da operação, uma vez que a ocorrência de um erro grosseiro de medição pode levar o operador a adotar ações erradas, que podem comprometer a segurança do sistema.

Com requisitos cada vez mais rigorosos sendo impostos a confiabilidade e continuidade do suprimento de energia elétrica, tornou-se essencial que operadores tenham à disposição informações completas e confiáveis sobre fluxos de potência, níveis de carregamento, limites operacionais, etc. Nesse sentido é imprescindível a obtenção de um modelo estático real do ponto de operação da rede que seja, tanto quanto possível, insensível aos possíveis erros de medição. A Estimação de Estados em Sistemas de Potência (EESP) surgiu na década de 70 a partir do trabalho de Fred Schweppe [7–9], e se estabeleceu ao longo dos anos como ferramenta capaz de contornar as dificuldades de identificar erros de medição e fornecer um modelo estático confiável. O estimador de estados é uma ferramenta matemática que processa telemidas redundantes (geralmente magnitude de tensão e corrente, injeção de potência ativa/reativa e fluxo de potência ativa/reativa), considerando a existência de erros inerentes ao processo de medição, e fornece o modelo estático corrente da rede elétrica. Adicionalmente é possível identificar erros grosseiros (analógicos ou digitais) e determinar variáveis elétricas não monitoradas.

O estimador de estados recebe telemidas digitais e analógicas obtidas pelo sistema SCADA a intervalos de tempo restritos, processando-as conjuntamente com dados relativos à topologia e aos parâmetros elétricos de linhas de transmissão e de transformadores. Os parâmetros elétricos e topológicos são obtidos a partir de um banco de dados estático e do configurador de redes. O resultado do estimador de estados são os fasores das tensões complexas em todas as barras e, a partir deles, é possível se calcular as demais variáveis elétricas de interesse, como fluxos de potência, corrente nos ramos, injeções de potência,

módulos de tensão, etc.

Após a introdução dos conceitos fundamentais da estimação de estados, houve um grande esforço de engenheiros e pesquisadores ao longo das décadas seguintes no sentido de desenvolver algoritmos e arquiteturas cada vez mais robustas, confiáveis e eficientes para a solução do problema. Entre estes avanços pode-se citar: técnicas de detecção e identificação de erros grosseiros em medidas [10–12]; processamento de erros de topologia [13–15]; análise de observabilidade topológica e numérica [16–19]; estimadores desacoplados [20,21], ortogonais [22–26], híbridos [27], com restrições de igualdade [28], baseados na matriz aumentada [29,30], método de Peters e Wilkinson [31], etc. A estimação de estados se revelou um terreno amplo e muito rico, onde diversas contribuições foram e continuam a ser feitas até hoje.

Uma área de interesse que tem motivado estudos recentes está ligada à inclusão de medidas fasoriais na estimação de estados, sendo este o foco principal desta dissertação. O sistema de medição fasorial sincronizada (SMFS) constitui um avanço tecnológico recente, e permite a medição direta dos fasores de sequência positiva de tensão e de corrente. Embora esse novo tipo de medida não tenha sido desenvolvida especificamente para a aplicação em estimação de estados, a sua disponibilidade não pode ser negligenciada. Uma vez disponíveis medidas diretas de fasores, surge a questão de como incluir esse tipo de dado nos estimadores de modo a melhorar a qualidade final das estimativas, complementar a observabilidade, aperfeiçoar a detecção de erros grosseiros, etc. É importante notar que as medidas fasoriais diferem das medidas provenientes do sistema SCADA em qualidade, quantidade e forma de aquisição. Portanto, a sua utilização impõe novos desafios.

Especificamente, o objetivo desta dissertação é o desenvolvimento de uma estratégia de estimação de estados em dois estágios, onde inicialmente são processadas as medidas provenientes do sistema SCADA e em um estágio posterior as medidas fasoriais, conforme a Figura 1.2. Como será detalhado posteriormente, o segundo estágio é composto por um estimador ortogonal em blocos que foi desenvolvido especialmente para este propósito, e que constitui a maior contribuição deste trabalho.

A vantagem de uma técnica em dois estágios é que não há a necessidade de se substituir os estimadores em uso atualmente nos centros de operação de sistemas elétricos de potência. Além disso, a infraestrutura de aquisição de dados do estimador tradicional também pode ser mantida intacta, sendo que apenas um módulo adicional é incorporado. É sensato vislumbrar que, a longo prazo, quando as medidas

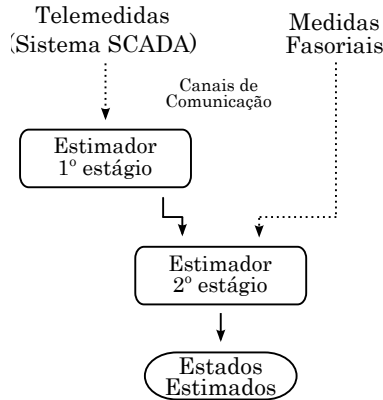


Figura 1.2 – Estratégia em dois estágios.

fasoriais estiverem amplamente difundidas nos sistemas de energia, os estimadores de estados baseados no sistema SCADA sejam substituídos por estimadores *híbridos*, capazes de processar medidas provenientes de diferentes sistemas de medição. Em um cenário de curto e médio prazo, não se espera que as medidas fasoriais estejam disponíveis de forma a justificar o investimento na substituição completa das ferramentas atualmente em uso, legitimando assim a adoção de soluções intermediárias.

### 1.3 Objetivos, Contribuições e Organização da Dissertação

O objetivo desta dissertação é propor uma estratégia de estimação de estados em dois estágios para incorporar medidas fasoriais sincronizadas à estimação de estados. Nessa arquitetura, o primeiro estágio é constituído de um estimador de estados tradicional, que processa medidas provenientes do sistema SCADA. Nenhuma restrição é imposta ao algoritmo de solução desse estágio. O segundo estágio é composto de um estimador de estados sequencial ortogonal em coordenadas retangulares baseado nas rotações de Givens em blocos. A transformação de coordenadas polar para retangular é desejável, uma vez que a formulação do segundo estágio se torna linear. Este processo *não* é uma linearização: de fato, a formulação no novo sistema de coordenadas *é* linear. O método ortogonal de solução empregado no segundo estágio foi desenvolvido especialmente para este propósito em vista do apelo da estrutura matricial do problema transformado, da

necessidade de se considerar aspectos estatísticos que seriam negligenciados de outra forma, e da robustez numérica propiciada pelos métodos ortogonais. É importante frisar que a extensão das rotações rápidas de Givens para a forma em blocos utilizada no segundo estágio é uma contribuição do autor e de seu orientador.

Neste trabalho, inicialmente é feita uma descrição dos sistemas de medição tradicionais baseados no SCADA e do sistema de medição fasorial sincronizada, fazendo um breve comparativo. Posteriormente são introduzidos os conceitos gerais de estimação de estados, métodos de solução tradicionais e formulação matemática. A estratégia em dois estágios e todo detalhamento matemático do algoritmo são abordados nos capítulos seguintes. Finalmente, os capítulos finais trazem os resultados numéricos das simulações computacionais, seguidos das conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

**Capítulo 2** Este capítulo aborda os principais aspectos dos sistemas de medição e do sistema SCADA. É apresentada uma breve discussão sobre instrumentação, erros de medição, infraestrutura de aquisição e processamento de dados, taxas de amostragem, qualidade de medidas, etc;

**Capítulo 3** Apresenta as principais características do sistema de medição fasorial sincronizada, abordando, de forma comparativa, as diferenças em relação ao sistema SCADA;

**Capítulo 4** Descreve a estimação de estados, apresentando sua formulação matemática, subproblemas, interpretações e principais métodos de solução;

**Capítulo 5** Este capítulo apresenta a maior contribuição deste trabalho. Nele é descrito em detalhes o desenvolvimento matemático do algoritmo baseado nas rotações de Givens em blocos;

**Capítulo 6** Apresenta a estratégia de estimação de estados em dois estágios, descrevendo a formulação matemática em coordenadas retangulares e todos os aspectos estatísticos do problema transformado;

**Capítulo 7** Descreve os detalhes da implementação computacional e apresenta os resultados das simulações. Também são avaliados comparativamente os resultados de outros métodos de solução.

**Capítulo 8** São apresentadas as principais conclusões sobre o trabalho e sugestões para trabalhos futuros.



## 2 SISTEMAS DE MEDIÇÃO E SUPERVISÃO

### 2.1 Introdução

A medição de grandezas elétricas é um importante processo do qual dependem as principais funções de gerenciamento de sistemas de potência. A monitoração em alta e extra-alta tensão não é trivial, e envolve uma cascata de equipamentos desde transformadores de instrumentação até os sistemas de telecomunicação que transportam os dados para os centros de controle.

Este capítulo revê as principais características dos sistemas de medição e da infraestrutura de supervisão e controle baseados nos sistemas SCADA atualmente em uso nos centros de operação de sistemas de potência.

### 2.2 Transformadores de Instrumentação

O processo de medição se inicia com os transformadores de instrumentação de potencial (TP) e de corrente (TC). Esses instrumentos são responsáveis por reproduzir em menor escala as tensões e correntes dos equipamentos de geração, transmissão e distribuição. A medição de grandezas da ordem de centenas de milhares de Volts ou alguns milhares Amperes é impraticável de forma direta. Os transdutores associados aos equipamento de medição operam na faixa de centenas de Volts e poucos Amperes, de modo que a interface entre esses equipamentos e a rede necessariamente deve ser feita pelos transformadores de instrumentação. No Brasil, a classe de exatidão dos TCs e TPs é definida pela ABNT, que também especifica os critérios de desempenho deste equipamento.

Os transformadores de corrente (TCs) são ligados em série com o ramo monitorado e fornecem no seu enrolamento secundário uma corrente proporcional à corrente fluindo pelo primário. Os amperímetros são ligados em série com o secundário do TC e monitoram a réplica da corrente da rede. Os TCs se dividem em dois grandes grupos: os de proteção e os de medição. Os TCs de medição operam em faixas mais estreitas de classe de exatidão, porém saturam para corrente muito acima da nominal. Já os TCs para proteção são fabricados para suportar as correntes de falta, possuindo normalmente uma classe exatidão inferior. A Figura 2.1 mostra o esquema típico de ligação do TC.

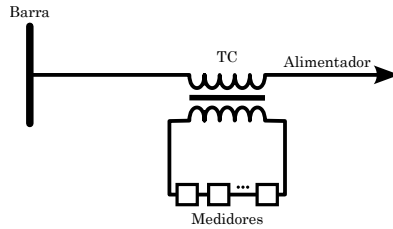


Figura 2.1 – Transformador de Corrente.

A NBR 6856 [1] estabelece dois tipos de erros para os transformadores de corrente: erro de ângulo de fase e erro de transformação. O erro de ângulo é a diferença angular entre os fasores de corrente primária e secundária. Já o erro de transformação é a diferença entre a magnitude da corrente do primário e a corrente do secundário (considerada a relação de transformação).

A amplitude máxima dos erros na corrente secundária é fixa para cada classe e definida na NBR 6856 a partir de um paralelogramo de exatidão, sendo considerados tanto os erros de transformação quanto os de ângulo de fase. Para um TC da classe 0,3, por exemplo, operando próximo à corrente nominal e com carga dentro do limite de sua classe, é esperado que o erro de magnitude de corrente seja no máximo  $\pm 0,3\%$  e que o erro de ângulo seja no máximo  $\pm 30$  minutos (0,5 grau), respeitados os limites do paralelogramo. A figura 2.2 apresenta o gráfico de exatidão para um TC da classe 0,3.

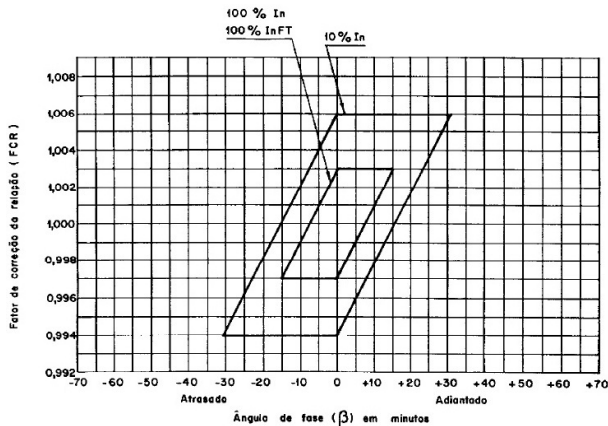


Figura 2.2 – Gráfico de exatidão do TC de classe 0,3 [1].

O transformador de potencial (TP) é um transformador de instrumentação que reproduz no seu secundário uma réplica da tensão da rede. Os TPs são unidades monofásicas ligadas em paralelo com o ramo monitorado. Para medição de tensões acima de 69kV é comum o emprego de divisores de potencial capacitivos associados ao TP de indução tradicional. O divisor capacitivo é formado por bancos de capacitores série com o objetivo de reduzir a tensão primária para níveis adequados ao transformador indutivo. O conjunto formado pelo divisor capacitivo acoplado a um transformador de potencial tradicional é chamado transformador de potencial capacitivo (TPC). A Figura 2.3 mostra um esquema típico de ligação de um TPC.

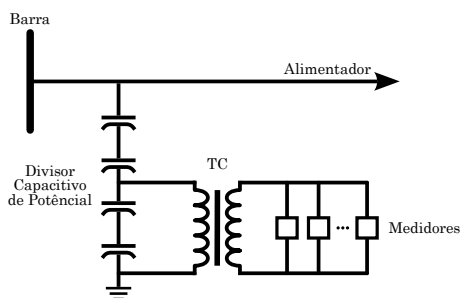


Figura 2.3 – Transformador de Potencial e Divisor de Potencial Capacitivo.

Segundo a NBR 6855 [32], os erros na tensão secundária dos transformadores de potencial são divididos em dois grupos: erro de ângulo de fase e erro de relação de transformação. O erro de ângulo de fase é o defasamento angular entre a tensão no primário e a tensão no secundário. Já o erro de relação de transformação é a diferença entre a magnitude da tensão do primário e a tensão do secundário (considerada a relação de transformação).

A classe de exatidão dos TPs é função do erro de relação de transformação e do erro de ângulo. Um TP está dentro de sua classe se para qualquer carga, variando de 0% a 100% da carga nominal, os erros se encontram dentro do paralelogramo de exatidão da classe do equipamento [32]. Para um TP da classe 1,2, por exemplo, operando próximo à tensão nominal, é esperado que o erro de relação de transformação seja da ordem de  $\pm 1,2\%$  e que o erro de ângulo seja da ordem de  $\pm 60$  minutos (1 grau), respeitado os limites do paralelogramo.

A Figura 2.4 apresenta um esquema típico de medição de um condutor de fase.

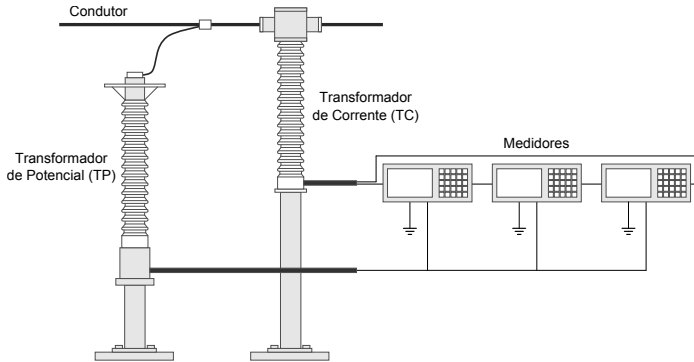


Figura 2.4 – Esquema típico de medição de uma fase.

### 2.3 Erros de Medição

As medidas carregam erros inerentes ao sistema de medição. Quanto à qualidade dos instrumentos, dois parâmetros são normalmente utilizados para caracterizá-la: a precisão e a exatidão. A precisão indica o grau de dispersão de medidas de uma mesma grandeza, uma qualidade relacionada à repetibilidade e está ligada aos erros aleatórios. Já a exatidão indica o grau de afastamento do valor medido em relação ao valor verdadeiro, e está ligada aos erros sistemáticos. Na documentação técnica, normalmente a qualidade de um equipamento é caracterizada por sua classe de exatidão. Este índice indica o limite do erro máximo de um instrumento (normalmente expresso em valor percentual) [1,32].

O erro total de um sistema de medição não é apenas função da classe individual de cada equipamento. Diversos fatores, como acoplamento magnético e elétrico, harmônicos, induções, carga elevada, etc, podem influenciar na ocorrência de erros adicionais [33]. Além disso, na prática os canais de instrumentação sofrem constantes mudanças, ao passo que relés e medidores são instalados e substituídos. Um medidor defeituoso, ou instalado de forma incorreta, pode, por exemplo, introduzir erros em medidores adjacentes quando compartilham um mesmo canal de instrumentação [33].

No Brasil, para assegurar que os equipamentos de instrumentação pertencentes ao Sistema Interligado Nacional (SIN) operem adequadamente, são definidos requisitos mínimos de desempenho, descritos no Submódulo 2.7 [2] dos Procedimentos de Rede, elaborado pelo Operador Nacional do Sistema elétrico (ONS).

Para a telesupervisão, o submódulo 2.7 dos Procedimentos de Rede [2] define os critérios de qualidade dos dados recebidos pelos centros de operação da seguinte forma:

“Todas as medições de tensão devem ser efetuadas por equipamentos cuja classe de precisão garanta uma exatidão mínima de 1%. As medições das demais grandezas analógicas devem garantir uma exatidão mínima de 2%. Tal exatidão deve englobar toda a cadeia de equipamentos utilizados, tais como transformadores de corrente, de tensão, transdutores, conversores analógico/digital, etc.”

Erros aleatórios de medição existem em toda a cascata de instrumentação e são consequência da precisão finita de medidores, transformadores e canais de medição. Nos transformadores de instrumentação podem ainda ocorrer erros causados pela característica não linear do núcleo ferromagnético, pela magnitude da corrente de magnetização e pelo montante de carga conectada ao seu secundário [34]. Nos medidores podem ocorrer erros causados por ligação e calibração incorretas, ruídos de medição, falhas no sistema de comunicação, idade dos equipamentos, grandes variações de temperatura, não linearidades do transdutor, etc [35].

Os cabos de instrumentação conectam os transformadores aos relés e medidores através de longas distâncias dentro de uma subestação. Em algumas situações a impedância do cabo pode representar uma carga adicional aos transformadores, podendo ainda deteriorar significativamente a qualidade das medidas [36, 37]. Além disso, os cabos compartilham canaletas e tubulações com outros circuitos de diferentes finalidades, sofrendo perturbações como: aquecimento, acoplamento magnético e elétrico, harmônicos, induções, etc [33]. Em geral, os erros decorrentes dos transformadores de instrumentação e cabos são muito maiores que os erros dos próprios medidores, sendo aqueles as principais fontes de erros em medidas em sistemas de potência [36].

Outra questão importante diz respeito à correlação entre erros de medição. Os erros de medidas em sistemas de potência são rotineiramente consideradas não correlacionados. Porém, visto que diversos medidores compartilham os mesmos canais, é razoável inferir que possa haver correlação entre erros. Os erros podem ainda ser correlacionados quando são criadas medidas de fluxo/injeção de potência a partir de tensão e corrente. Em [38] são abordadas questões sobre a correlação entre erros de medição. Mostra-se que, se há uma significativa correlação, a qualidade dos resultados dos aplicativos do EMS pode ser deteriorada.

Os erros de medição podem ainda ser classificados como grosseiros. Este tipo de erro se caracteriza por ser de magnitude várias ordens de grandeza superior à do erro máximo do sistema de medição, considerando a classe de exatidão dos equipamentos que o compõem. Os erros grosseiros podem ser causados por instrumentos defeituosos, modelagem incorreta de pseudomedidas, erro nos canais de comunicação, etc.

## 2.4 Sistema SCADA

A supervisão e controle de sistemas de energia tradicionalmente é feita com uma infraestrutura de telecomunicação que, coordenada por software, monitora e envia sinais de comando a diversas partes da rede elétrica. O sistema de hardware e software responsável por esta monitoração/supervisão é chamado de Sistemas de Supervisão e Aquisição de Dados (SCADA). Na ponta desta estrutura se encontra um Centro de Operação do Sistema (COS) onde toda a massa de dados é trabalhada por aplicativos computacionais específicos e apresentadas aos operadores, que atuarão nas estruturas de controle de modo a garantir a operação em estado normal e seguro.

Os sistemas de supervisão podem apresentar diversas topologias, mas normalmente são estruturados de forma hierárquica, sendo que os diversos componentes se comunicam através de protocolos e *drivers* específicos. Na base da hierarquia se encontra a subestação, onde estão instalados os medidores que obtém dados provenientes dos canais de instrumentação locais. Nas subestações também estão instaladas as Unidade Terminais Remotas (UTR), que compõem o início da cadeia de telecomunicação. Estes equipamentos são responsáveis pela interface entre os canais de comunicação e os sinais de supervisão/controle no nível local da subestação.

Na camada superior do sistema SCADA, as unidades terminais remotas se comunicam com Concentradores de Dados (CDs), normalmente distantes geograficamente das subestações. Os concentradores de dados são responsáveis por agregar/gerenciar dados e comandos de diversas unidades terminais remotas, fornecer a interface com os aplicativos de monitoração e controle locais e fazer a conexão com os centros de operação.

Dentro dos centros de operação há uma infraestrutura de hardware e software que recebe toda a massa de dados proveniente do *front-end* do sistema SCADA, a processa e dá suporte à operação em tempo

real. Este sistema é chamado de *Energy Management System* (EMS) e constitui uma extensão do sistema SCADA, sendo muitas vezes referido como EMS/SCADA. Seu objetivo é facilitar a apresentação de dados (na forma de diagramas, painéis e telas) e a utilização de ferramentas computacionais que auxiliam a tomada de decisão. Entre as principais ferramentas computacionais pode-se citar: análise de contingências, estimador de estados, despacho econômico, fluxo de potência, fluxo de potência ótimo, CAG. Hoje, no sistema elétrico brasileiro existe uma diversidade de EMS em operação.

A Figura 2.5 mostra um esquema da estrutura de supervisão e controle do sistema interligado nacional brasileiro. Nesta figura os centros de operação são divididos em centros regionais (COSR) e um centro nacional (CNOS).

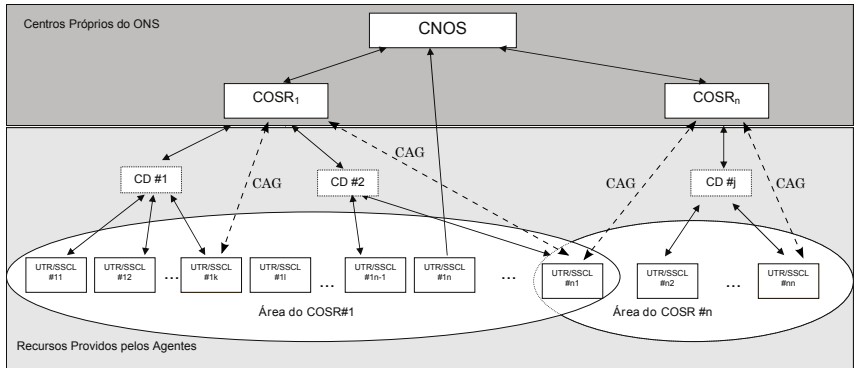


Figura 2.5 – Sistema de supervisão e controle do ONS [2].

## 2.5 Quantidades Monitoradas

Na operação do sistema interligado nacional, o conjunto de grandezas monitoradas nas subestações pertencentes à rede básica é definido pelo Submódulo 2.7 [2] dos Procedimentos de Rede. Estas medidas são classificadas como: analógicas ou sinalizações de *status*. As medições devem ser feitas de forma individualizada e enviadas periodicamente ao centro de operação. O conjunto mínimo de medidas **analógicas** de cada subestação pertencente à rede básica deve ser formado por [2]:

- Módulo de tensão fase-fase [kV];
  - Uma para cada secção de barramento que formar nó elétrico;
  - Uma para cada ponto de compensação entre uma LT e uma compensação série;
  - Uma para cada unidade geradora;
  - Uma para cada terminal de todas as LTs;
  - Uma para cada transformador, feita no lado com menor potência de curto-circuito;
- Potência ativa e reativa trifásica [MW] e [Mvar];
  - Uma para cada terminal de todas as LTs;
  - Uma para cada enrolamento de todos os transformadores;
  - Uma para cada unidade geradora;
  - Uma para cada equipamento de compensação reativa (apenas reativo);
- Corrente [A];
  - Em uma fase para cada terminal de todas as LTs;
  - Em uma fase para cada enrolamento de todos os transformadores;
- Tap [posição];
  - Uma para cada transformador equipado com comutador sob carga;
- *Status* do CAG
  - Frequência em barramentos designados pelo ONS [Hz];
  - Potência ativa trifásica em unidades geradoras passíveis de controle [MW];
  - Potência ativa trifásica em pontos de interligação designados pelo ONS [MW];



As seguinte medidas de **sinalização de status** devem ser disponibilizadas aos centros de operação [2]:

- Disjuntores e chaves;
  - Todos existentes em barramentos;
  - Todos referentes à conexão de equipamentos;
- *Status* de alarmes;
- *Status* de relés de bloqueio;
- *Status* de comutadores sobre carga(manual/automático/remoto);
- *Status* de dispositivos FACTS;
- *Status* operacional de UTR, CD, e SSCL, etc.

Modernos medidores digitais e IEDs (*Intelligent Electronic Device*) são capazes de obter diversos tipos de medidas e realizar várias funções em um mesmo equipamento. Além da multifuncionalidade, os equipamentos digitais normalmente impõem uma pequena carga aos TCs e TPs quando comparados com outros tipos de equipamentos eletromecânicos [33].

## 2.6 Taxas de Amostragem

O sistemas de supervisão e aquisição de dados dos centros de operação recebem dados dos equipamentos das subestações através de varreduras **assíncronas** de todas as UTRs a taxas de tempo de alguns poucos segundos. Na operação do sistema interligado nacional brasileiro, o tempo entre cada varredura para fins de supervisão e controle é fixado entre quatro e seis segundos [2].

A idade dos dados é definida como o tempo máximo decorrido entre o instante da ocorrência do valor medido e a sua recepção no centro de operação. Este tempo é de até dois segundos para dados de CAG, 4 segundos para as medidas analógicas e 8 segundos para sinalizações de *status* [2]. Além da idade do dado, é também estabelecida uma banda morta de varredura, ou seja, uma medida enviada por uma UTR ao centro de operação deve ter o seu valor atualizado na próxima varredura apenas se houver uma variação do valor medido superior a 0,1% do fundo de escala do medidor [2].

## 2.7 Considerações para a Estimação de Estados

Se a redundância das medidas disponíveis é suficiente, os erros aleatórios de medição serão parcialmente filtrados pelo estimador de estados, cujo resultado é uma estimativa dos estados do sistema elétrico (fasor da tensão complexa nas barras). Já os erros grosseiros, quando não detectados, tendem a deteriorar fortemente a qualidade final das estimativas.

Neste trabalho, os erros em medidas brutas são considerados não correlacionados, com distribuição Gaussiana (Normal) e média zero. Considerar que os erros de medição tem média zero implica em supor que os medidores são exatos, embora não sejam necessariamente precisos. Estas suposições em geral são adequadas para solução do problema de estimação de estados [39, 40]. Em [38] é abordado o efeito da correlação entre os erros de medidas.

Considere uma variável aleatória  $z$ , representando uma medida qualquer, escrita como:

$$z = z_0 + \varepsilon \quad (2.1)$$

onde  $z_0$  é o valor verdadeiro da grandeza monitorada e  $\varepsilon$  é o erro aleatório de medição.

A variância indica o grau de dispersão estatística de uma variável, ou seja, está relacionada à precisão e aos erros aleatórios. A variância da variável aleatória  $z$  é dada por:

$$\text{var}\{z\} = E\{\varepsilon^2\} = \sigma^2 \quad (2.2)$$

onde  $\sigma$  é o desvio padrão, calculado como uma função da precisão do medidor.

Genericamente, a função densidade de probabilidade Gaussiana é função do desvio padrão  $\sigma$  e do valor médio esperado  $\bar{z}$  da variável aleatória. A função Gaussiana de  $z$  é dada por:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-\bar{z}}{\sigma}\right)^2} \quad (2.3)$$

A forma da função (2.3) se modifica de acordo com seus parâmetros, como mostra a Figura 2.6.

A função Gaussiana é dita normalizada quando  $\bar{z} = 0$  e  $\sigma = 1$ . Esta forma pode ser obtida através da mudança de variável:

$$x = \frac{z - \bar{z}}{\sigma} \quad (2.4)$$

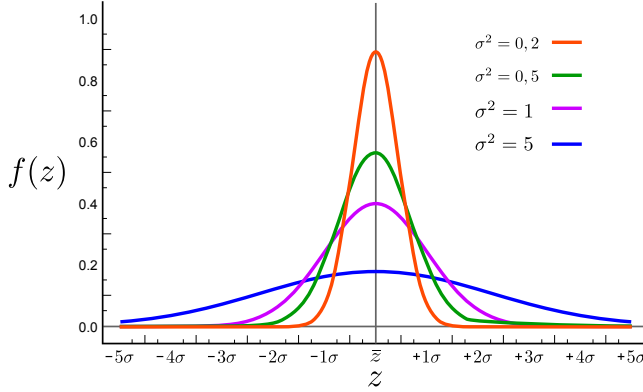


Figura 2.6 – Função densidade de probabilidade Gaussiana.

que resulta em,

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (2.5)$$

A área sob a função  $\Phi(x)$  é igual a um, e o eixo das abcissas expressa a quantidade de desvios padrão que mede o “espalhamento” da variável aleatória em relação à média. A Figura 2.7 mostra função densidade de probabilidade Gaussiana normalizada.

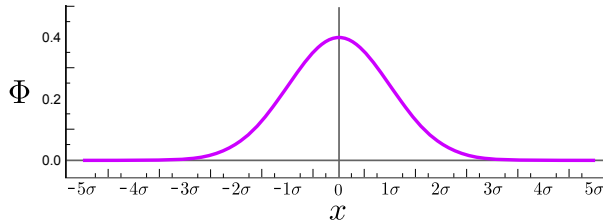


Figura 2.7 – Função densidade de probabilidade Gaussiana normalizada.

Uma função de densidade de probabilidade conjunta, considerando um grupo de  $m$  medidas pode ser formada a partir das funções densidade de probabilidade individuais de cada medida. Considerando que os erros de medição das  $m$  medidas não são correlacionados, tem distribuição Gaussiana e média zero, a função densidade de probabilidade conjunta é dada por [40]:

$$F(\mathbf{z}) = f(z_1)f(z_2) \cdots f(z_m) \quad (2.6)$$

onde,  $\mathbf{z}$  é o vetor de variáveis aleatórias  $z_i$ ,  $i : 1, \dots, m$ . A função (2.6) representa a distribuição de probabilidade de se observar um subconjunto específico de medidas do vetor  $\mathbf{z}$ .

## 2.8 Conclusão

Neste capítulo foram abordadas as principais características dos sistemas de medição e do sistema SCADA, cuja infraestrutura se consolidou nas últimas décadas como a base da monitoração e controle de sistemas de potência. As medidas obtidas através desses sistemas são as principais fontes de dados dos aplicativos do EMS, e dão suporte à operação em tempo real.

O conjunto de dados disponibilizado pelo SCADA está sujeito a diversas fontes de erros. Além disso, possui características próprias de disponibilidade, taxa de amostragem e forma de aquisição. Com o desenvolvimento da tecnologia de medição fasorial, espera-se que um novo conjunto de medidas com características distintas seja gradualmente disponibilizado aos centros de operação.

## 3 SISTEMA DE MEDIÇÃO FASORIAL SINCRONIZADA

### 3.1 Introdução

A medição de fasores de tensão nas barras e de corrente nos ramos representa uma mudança significativa no paradigma dos sistemas de medição. Este avanço permite a medida direta e sincronizada dos estados e das aberturas angulares em pontos geograficamente distantes dentro do sistema elétrico, algo que não era possível anteriormente. O Sistema de Medição Fasorial Sincronizada (SMFS) é um desenvolvimento relativamente recente que só foi possível através da evolução da indústria eletrônica e dos sistemas microprocessados. A utilização deste novo tipo de medida tem sido amplamente estudada e prenuncia mudanças relevantes na supervisão e controle de sistemas elétricos de potência.

As primeiras tentativas de medir diferenças angulares em sistemas de potência datam do início da década de oitenta [41, 42]. A principal dificuldade enfrentada para a obtenção desta informação é a necessidade da sincronização dos medidores a uma referência comum de tempo. Para que seja possível determinar o ângulo de um fasor tensão ou corrente, é necessário que todos os sinais dessas grandezas sejam amostrados no mesmo instante. A sinalização de uma referência comum não é trivial, uma vez que as subestações e pontos de medição podem estar distantes milhares de quilômetros. Os primeiros protótipos utilizavam sinais de rádio ou de satélites meteorológicos como referência e apresentavam erros de sincronização da ordem de  $40 \mu s$  [3].

Com o início da consolidação do Sistema de Posicionamento Global (GPS), tornou-se disponível uma referência de tempo que possui os requisitos necessários à sincronização dos medidores. O GPS é fonte de sincronização externa ao sistema elétrico, e portanto é imperativo que atenda a critérios mínimos de cobertura, confiabilidade, continuidade e disponibilidade. O sistema atualmente é composto por 24 satélites alocados em seis orbitas distintas, completando duas voltas por dia em torno do planeta. A disposição dos satélites é tal que, a qualquer momento e em qualquer local, é possível que um objeto esteja visível a pelo menos seis satélites. Os satélites são providos de relógios de alta precisão que enviam um pulso de sincronização por segundo. Este pulso, que é a principal fonte de sincronização das unidades de medição fasorial, é visível em qualquer ponto do planeta com um erro da ordem de 100 nanosegundos [43].

Com a disseminação da tecnologia espera-se que, ao longo dos próximos anos, as unidades de medição fasorial (PMUs - Phasor Measurement Units) sejam gradualmente instaladas em diversas partes do sistema elétrico e que, neste processo, as medidas fasoriais sejam incluídas no conjunto de dados disponíveis aos EMS.

No Brasil, os primeiros desenvolvimentos em medição fasorial datam de 2003, através de projetos de pesquisa e desenvolvimento elaborados pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) em parceria com empresas do setor. Entre estes projetos destaca-se o MEDFASEE, que conta com unidades de medição fasorial instaladas na baixa tensão em diversas universidades distribuídas pelo país e um concentrador de dados em Florianópolis [44]. No contexto da operação do sistema interligado nacional, o ONS tem realizado estudos sobre implantação gradual do sistema de medição fasorial sincronizada a partir da entrada em operação do novo sistema de supervisão e controle REGER [45].

A medição sincronizada de fasores tem grande potencial de aplicação em diversas áreas, entre elas:

- Monitoração da dinâmica do sistema;
- Monitoração em tempo real direta de grandezas fasoriais;
- Monitoração de oscilações entre áreas;
- Análise de perturbações, de resposta de controladores e de desempenho dinâmico;
- **Estimação de estados;**
- Reconexão de ilhas, fechamento de anéis;
- Proteção e controle para grandes áreas;
- Propagação de perturbações eletromecânicas, etc.

### 3.2 Definições

O fasor é uma representação vetorial no plano complexo de um sinal elétrico puramente senoidal e é caracterizado por magnitude e fase. A representação fasorial de grandezas elétricas, além de ser mais intuitiva, facilita a análise de circuitos elétricos de corrente alternada, uma vez que certas operações podem ser feitas através de álgebra vetorial sem a necessidade da resolução direta de equações diferenciais.

Considere um sinal senoidal  $x(t)$  que é função do tempo:

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \phi) \quad (3.1)$$

onde  $X_m$  é a magnitude do sinal,  $\omega$  é a frequência angular e  $\phi$  é a fase, determinada pelo ângulo do sinal no instante  $t = 0$ .

A representação matemática do fasor de  $x(t)$  independe da frequência  $\omega$  é dada pelo número complexo  $X$ .

$$X = \frac{X_m}{\sqrt{2}} (\cos(\phi) + j \sin(\phi)) = \frac{X_m}{\sqrt{2}} e^{j\phi} \quad (3.2)$$

onde  $X_m/\sqrt{2}$  é o valor eficaz de  $x(t)$ . A Figura 3.1 apresenta a representação geométrica do fasor  $X$  no plano complexo.

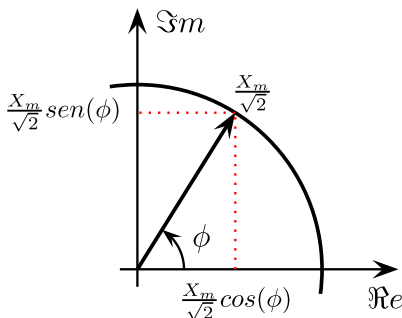


Figura 3.1 – Representação fasorial.

Sem perda de generalidade, suponha que a magnitude de  $x(t)$  seja constante com o tempo e que este sinal é observado periodicamente em  $\{0, t_0, 2t_0, \dots, nt_0\}$ , resultando nos fasores  $\{X_0, X_{t_0}, X_{2t_0}, \dots, X_{nt_0}\}$  correspondentes a cada observação. O período de amostragem  $t_0$  estabelece uma referência de tempo a partir da qual os fasores são medidos. Se o período do sinal senoidal  $x(t)$  é igual ao período de amostragem,  $X_0 = X_{t_0} = X_{2t_0} = \dots = X_{nt_0}$ . Por outro lado, se o período de amostragem é diferente do período do sinal, a cada amostra de  $x(t)$  a defasagem angular entre o sinal e a referência se modifica, e portanto os fasores medidos não são iguais. O instante de amostragem deve ser sincronizado por uma referência universal de tempo, também chamada de UTC (*Universal Time Coordinated*), mostrado na Figura 3.2.

Suponha agora que dois sinais distintos  $x(t)$  e  $y(t)$  são periodicamente amostrados em uma mesma UTC, resultando nos fasores  $\{X_0, X_{t_0}, X_{2t_0}, \dots, X_{nt_0}\}$  e  $\{Y_0, Y_{t_0}, Y_{2t_0}, \dots, Y_{nt_0}\}$ . Suponha também

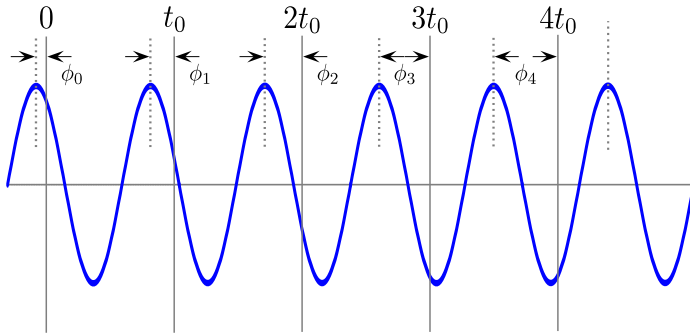


Figura 3.2 – Sinal senoidal com período diferente do período de amostragem.

que a frequência dos dois sinais é a mesma  $\omega_x = \omega_y$ . Neste caso, a referência universal de tempo pode ser substituída por uma referência arbitrária relativa à um dos sinais. Assim, independente do instante e do período nominal de amostragem, os fasores medidos para X e Y são sempre os mesmos e as defasagens angulares se tornam relativas ao fasor escolhido como referência,  $\delta - \phi \rightarrow \text{constante}$ . É lógico que, em sistemas reais, os fasores e a própria frequência da rede estão constantemente se alterando, mas o conceito importante é que a UTC fornece apenas uma referência de tempo de amostragem. A referência angular de fato é arbitrária, podendo ser fornecida por um fasor escolhido como referência. O conceito de referência relativa de tempo é apresentado na Figura 3.3.

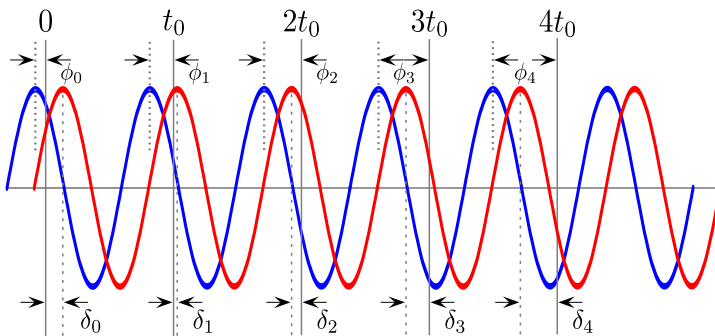


Figura 3.3 – Sinais senoidais  $x(t)$  e  $y(t)$  amostrados nos mesmos instantes,  $\delta - \phi \rightarrow \text{constante}$ .



A unidade de medição fasorial obtém os sinais de tensão e corrente das barras e ramos monitorados. Cada fasor medido recebe uma etiqueta de tempo que indica o instante da medição. O equipamento que recebe e compatibiliza as medidas de diversas PMUs é o concentrador de dados (PDC - *Phasor Data Concentrator*). A partir do PDC, os fasores, agora já compatibilizados, podem ser enviados pelos canais de comunicação a um eventual centro de operação, de forma similar ao que acontece com as medidas provenientes do sistema SCADA. Modernos concentradores de dados possuem adicionalmente diversas funções agregadas, tais como [4]: cálculo de potência ativa/reactiva trifásica e monofásica; cálculo dos componentes de sequência positiva, negativa e zero; estimação de frequência; rejeição de erros grosseiros; registro de perturbação; cálculo de impedâncias; etc.

Na Figura 3.4 são apresentados os principais componentes de uma unidade de medição fasorial genérica.

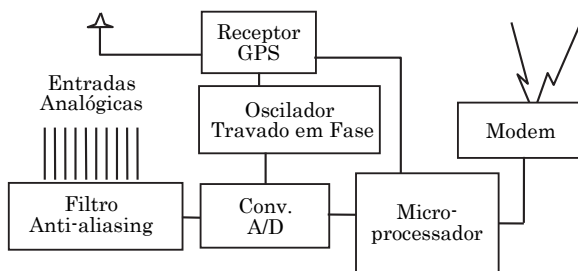


Figura 3.4 – Principais elementos de uma PMU. [3]

### 3.3 Erros de Medição

As PMUs instaladas em subestações obtêm os sinais analógicos de tensão e corrente da mesma forma que os medidores tradicionais do sistema SCADA, ou seja, através dos TPs, TCs e canais de instrumentação. Logo, todas as considerações feitas a respeito dos sistemas de medição continuam válidas, incluindo as fontes de erros inerentes destes sistemas e discutidas no capítulo precedente.

As unidades de medição fasorial estão sujeitas a erros de tempo na sincronização e na propagação dos sinais. Os sinais de sincronização do sistema GPS tem erro máximo da ordem de poucas centenas de nano segundos, que corresponde a aproximadamente  $10^{-3}$  graus elétricos a

60 Hz [43]. O retardo de tempo proveniente da propagação dos sinais no sistema de medição, nas antenas e circuitos elétricos também podem ser compensados caso introduzam diferenças de tempo significativas [43]. De forma geral, estes tempos são da ordem de algumas dezenas de nanossegundos e podem ser negligenciados na maioria dos casos. No entanto, em algumas situações os erros de tempo podem levar a introdução de *bias* significativos nos fasores medidos, sendo necessária a utilização de técnicas para a correção destes erros [46].

### 3.4 Requisitos de Desempenho

A primeira iniciativa para normatizar as características dos sistemas de medição fasorial foi do IEEE em 1995 com a elaboração do IEEE Std 1344-1995 [47]. A versão mais recente do documento é o IEEE Std C37.118-2011 [48, 49], composto por dois submódulos, um deles tratando de questões de desempenho e outro abordando a transferência de dados.

O principal indicador quantitativo da qualidade de um fasor medido é o Erro Vetorial Total (TVE). O critério do TVE é concebido de modo a detectar erros de sincronização, de módulo e de ângulo em fasores. Suponha que o sinal senoidal  $x(t)$  da Figura 3.2 tem uma representação fasorial  $X(t)$  como na Figura 3.1. Logo, para cada instante de amostragem, o fasor  $X(t)$  é sinal de entrada da unidade de medição fasorial e pode ser representado por:

$$X(t) = X_r(t) + jX_i(t) \quad (3.3)$$

onde o subscrito  $r$  e  $i$  indicam a parte real e imaginária, respectivamente.

O sinal  $X(t)$  é recebido pela PMU através do filtro anti-aliasing, passa pelo conversor analógico-digital e finalmente é calculado a partir dos algoritmos que estimam o fasor em um determinado instante de tempo utilizando uma janela de amostragem. Todas estas etapas de processamento estão sujeitas a erros que deterioram a qualidade do fasor medido. Suponha que  $\tilde{X}(t_0)$  é a estimativa obtida pela unidade de medição fasorial do fasor  $X(t_0)$ , no instante  $t_0$ . O TVE é definido como o módulo da diferença vetorial entre  $\tilde{X}(t_0)$  e  $X(t_0)$  e expresso em

valores percentuais em relação ao módulo do fasor de entrada [48].

$$TVE = \sqrt{\frac{(\bar{X}_r - X_r)^2 + (\bar{X}_i - X_i)^2}{X_r^2 + X_i^2}} \quad (3.4)$$

O TVE é um parâmetro do erro fasorial máximo admissível por uma determinada PMU. É importante notar que este indicador é um equivalente vetorial da classe de exatidão. Um eventual erro de sincronização de 26/31  $\mu$  segundos resulta em um TVE de 1% a 60/50 Hz. Da mesma forma, um erro puramente de magnitude de 1% resulta em um TVE de 1%. O TVE é um limite para o erro do fasor medido em relação ao fasor de entrada da PMU e, portanto, considera os eventuais erros já contidos no fasor de entrada, provenientes dos canais e transformadores de instrumentação.

### 3.5 Fasores Monitorados

Para a estimação de estados, as grandezas de interesse monitoradas pelas PMUs são os fasores de sequência positiva de tensão nas barras e corrente nos ramos. Entretanto, modernas unidades de medição fasorial são capazes de desempenhar diversas funções além do cálculo dos fasores de sequência positiva. Entre as medidas obtidas com PMUs comerciais, pode-se citar [4, 50]:

- Monitoração de tensão;
  - Valor eficaz por fase e de neutro;
  - Fasores por fase;
  - Fasor de neutro;
  - Fasor de sequência positiva;
  - Fasor de sequência negativa;
  - Frequência fundamental;
- Monitoração de corrente;
  - Valor eficaz por fase e de neutro;
  - Fasores por fase;
  - Fasor de neutro;
  - Fasor de sequência positiva;
  - Fasor de sequência negativa;

### 3.6 Sistema de Telecomunicação

As unidades de medição fasorial são instaladas nas subestações e enviam os fasores medidos ao concentrador de dados, que por sua vez transmite o conjunto de fasores compatibilizados às aplicações no centro de operação. Para a comunicação entre a PMU e o concentrador de dados, a IEEE Std C37.118 define quatro tipos de mensagens: dados, configuração, cabeçalho e comando. As mensagens de dados são formadas pelos fasores medidos e suas etiquetas de tempo.

Uma mensagem de dados típica, segundo o padrão IEEE, contendo três fasores de tensão e um de corrente, tem tamanho de aproximadamente 52 bytes [48]. Se esta mensagem for transportada em um enlace Ethernet sobre protocolo UDP, serão necessários 28 bytes adicionais à cada mensagem. Suponha que, em uma subestação qualquer, são monitorados trinta fasores de tensão e dez de corrente, e que estes fasores são transmitidos ao concentrador de dados a uma taxa de 60 varreduras por segundo. Neste caso, seria necessário um canal de comunicação entre a PMU e o concentrador com largura de banda de aproximadamente 48kbps, considerada pequena para padrões atuais.

Na interligação entre PMUs, concentrador de dados e aplicações, a camada física de transporte de dados pode ser implementada por rádio, micro-ondas, fibra óptica, etc. Já a comunicação entre o concentrador de dados as aplicações pode ser feita por sistema de supervisão e controle tradicional. Na Figura 3.5 é apresentado um esquema dos principais elementos do sistema de medição fasorial sincronizada e as interligações de dados.

### 3.7 Taxas de Amostragem

Modernas unidades de medição fasorial são capazes de amostrar sinais elétricos a taxas de várias dezenas de kHz e processar centenas de fasores por segundo. A taxa mínima para atender a critérios de observação dinâmica é de 10 fasores por segundo porém, dependendo da aplicação, podem variar de 1 a 240 (ou mais) fasores por segundo [4,48].

No sistema SCADA, as medidas são obtidas através de varreduras das unidades terminais remotas. Um novo conjunto de medidas é recebido aproximadamente a cada 4 segundos. É importante lembrar que estas medidas são coletadas de forma assíncrona e portanto não há garantia de que as diversas medições tenham sido feitas no mesmo instante de tempo.

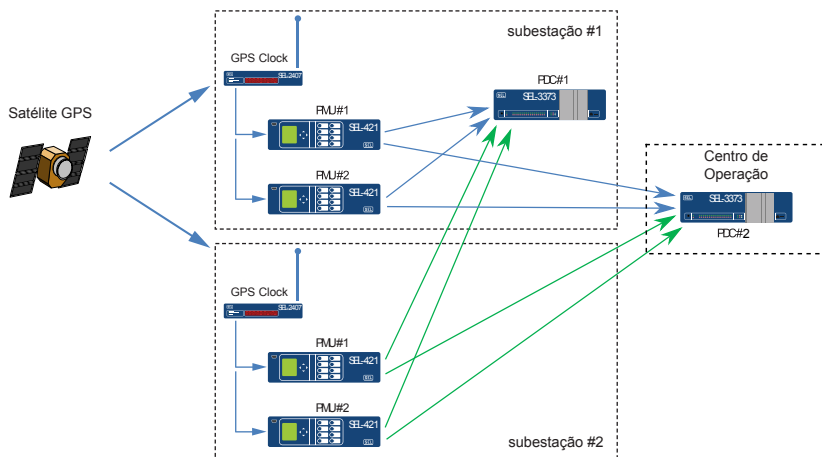


Figura 3.5 – Estrutura de um sistema de medição fasorial sincronizada [4].

No contexto da inclusão de medidas fasoriais na estimação de estados, deve ser considerada a compatibilização das diferenças entre taxas de varredura tradicionais do sistema SCADA e as do SMFS. Considerando a operação do sistema elétrico em regime permanente, não é esperado que haja mudança significativa das medidas no intervalo de tempo da varredura do SCADA. Logo, a escolha arbitrária de um conjunto de fasores obtidos dentro deste intervalo seria adequada.

### 3.8 Conclusão

O sistema de medição fasorial sincronizada representa um avanço tecnológico significativo na monitoração de sistemas de potência. A possibilidade de medição direta e sincronizada de aberturas angulares tem aplicação em diversas áreas. Estas medidas são obtidas através de unidades de medição fasorial instaladas nas subestações e possuem características distintas das medidas tradicionais do sistema SCADA.

As medidas fasoriais tem o potencial de complementar, em termos de qualidade e disponibilidade, as medidas obtidas através do SCADA. Nesse contexto, é imperativo a existência de ferramentas computacionais eficientes nos centros de operação de modo a tirar proveito da disponibilidade desses dois conjuntos de dados.



## 4 ESTIMAÇÃO DE ESTADOS

### 4.1 Introdução

A Estimação de Estados em Sistemas de Potência (EESP) surgiu no final da década de sessenta a partir dos estudos de Schweppe [7–9]. Naquela época, o aumento da dimensão e da interligação dos sistemas tornava a operação cada vez mais complexa. Era necessário uma ferramenta capaz de processar a grande quantidade de medidas provenientes de diversas subestações, apresentando ao operador informações organizadas e confiáveis sobre o estado operativo do sistema. A utilização direta de medidas brutas pode representar um risco à segurança, uma vez que não permite a identificação de erros de medição, além de não fornecer nenhuma informação sobre grandezas não monitoradas. Da necessidade de contornar esses problemas, surgiram os primeiros desenvolvimentos em estimação de estados.

O estimador de estados é um algoritmo que processa medidas redundantes e portadoras de erros, retornando uma estimativa dos estados do sistema elétrico. Os estados são as tensões complexas nas barras e a partir deles é possível calcular outras variáveis de interesse, como: correntes e fluxos de potência. Além das medidas, o estimador também utiliza o modelo topológico da rede elétrica e eventuais pseudo-medidas. A topologia do sistema é gerada pelo Configurador de Redes, mediante o processamento das posições de disjuntores e seccionadores. As medidas analógicas e de sinalização de *status* são obtidas através do sistema SCADA. Porém, com a difusão do sistema de medição fasorial sincronizada (SMFS), espera-se que fasores de tensão e corrente tornem-se cada vez mais disponíveis no futuro.

Em relação às medidas e aos estados de um sistema elétrico, algumas definições devem ser consideradas [40]:

- **Estado:** Tensão complexa nas barras do sistema elétrico;
- **Estado Observável:** É um estado para o qual é possível obter uma estimativa a partir do processamento das medidas do estimador de estados;
- **Estado Não-Observável:** É um estado sobre o qual não há informações suficientes nas medidas do plano de medição para possibilitar a obtenção de uma estimativa;

- **Medida Crítica:** Medida que, quando eliminada de um plano de medição, torna uma variável de estado do sistema não observável. Necessariamente o resíduo de uma medida crítica é igual a zero;
- **Medida Redundante:** É uma medida que não é caracterizada como crítica. Resíduos de medidas redundantes são diferentes de zero.
- **Resíduo de estimação:** É a diferença entre o valor medido e o estimado;
- **Resíduo Ponderado ou Normalizado:** É a razão entre o resíduo de estimação e a variância da medida.

De modo geral, o estimador de estados pode falhar sob duas circunstâncias: quando sujeito à perda de medidas críticas e em variações muito rápidas na condição operativa [51]. Muitas vezes estas situações estão relacionadas e podem ser causadas por eventos ocorridos dentro da janela de tempo de varredura do SCADA, como contingências, abertura de linhas, chaveamentos, etc.

O procedimento completo de estimação dos estados pode ser decomposto em subfunções responsáveis por processamentos específicos, são elas:

- *Pré-filtragem:* Elimina previamente medidas já caracterizadas como portadoras de erros grosseiros na aquisição de dados;
- *Configurador de Redes:* Agrega medidas digitais do *status* de chaves e disjuntores formando o diagrama unifilar com a topologia atual da rede elétrica;
- *Teste de Observabilidade:* verifica se a localização e a quantidade de medidas disponíveis é superior ao número mínimo necessário ao processo de estimação de estados;
- *Formação do Modelo de Medição:* Forma as matrizes utilizadas na solução do problema a partir dos dados de medição e da topologia do sistema;
- *Estimador de Estados:* Solução do algoritmo que fornece os estados estimados;
- *Detecção/Identificação de Erros Grosseiros:* Verifica a existência de medidas portadoras de erros grosseiros.



Tabela 1 – Rede Supervisionada e Modelagem do sistema do ONS [5]

Item	Áreas de Operação					Total
	NCO	NE	SE	S	CNOS	
Barras Estimadas	267	400	111	500	1564	-
Instalações Supervisionadas	76	98	242	181	-	597
Usinas	19	22	80	36	-	157
Estações	241	311	895	454	-	1901
Bancos de Capacitores	56	101	216	70	-	443
Reatores	111	110	124	48	-	393
Cargas	183	250	677	429	-	1539
Compensadores Estáticos	7	11	4	0	-	22
Compensadores Síncronos	13	12	15	6	-	46
Chaves	2830	4235	9425	4692	-	21182
Disjuntores	926	1420	3378	1548	-	7272
Linhas de Transmissão	128	211	597	334	-	1270
Seção de Barra	414	573	1633	722	-	3342
Transformadores	174	236	677	234	-	1321
Unidades Geradoras	80	79	365	96	-	620

A solução computacional do estimador de estados é considerada um problema de grande porte devido ao grande número de variáveis envolvidas. Em grandes redes elétricas a modelagem da rede e processamento de medidas pode envolver dezenas de milhares de variáveis e matrizes com elevado grau de esparsidade, ou seja, grande quantidade de elementos nulos. Neste contexto, é imperativa a utilização de algoritmos computacionalmente eficientes, de modo que o estimador atenda a requisitos de aplicação em tempo real. A Tabela 1 apresenta a quantidade de elementos supervisionados e barras estimadas da rede de operação do ONS.

Um esquema da estrutura do EESP pode ser visto na Figura 4.1.

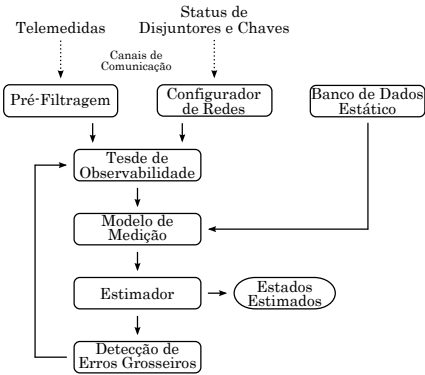


Figura 4.1 – Funções da estimação de estados.

### 4.1.1 Modelo de Medição

Considere um sistema elétrico com parâmetros conhecidos, formado por  $N$  barras e portanto  $n = 2N$  estados (incluindo o ângulo da barra de referência), representados no vetor  $\mathbf{x}$  de dimensão  $n \times 1$ . Esta rede é monitorada por um conjunto de  $m$  medidas representadas no vetor de medição  $\mathbf{z}$  de dimensão  $m \times 1$ . O vetor  $\mathbf{z}$  pode ainda conter pseudomedidas referentes a informações adicionais provenientes de outras fontes, como por exemplo: injeção de potência nula em barras de transferência, resultados do estimador em instantes anteriores, resultado de estimadores à nível de subestação, estudos de previsão de carga, etc. O conjunto das  $m$  medidas e seus respectivos erros de medição pode ser representado pelo modelo:

$$\mathbf{z} = \mathbf{z}_0 + \varepsilon_z \quad (4.1)$$

onde  $\mathbf{z}_0$  é o valor verdadeiro das grandezas monitoradas e  $\varepsilon_z$  é o vetor  $m \times 1$  dos erros de medição.

Suponha que os elementos do vetor  $\varepsilon_z$  sejam variáveis aleatórias não correlacionadas, com distribuição Gaussiana (Normal) e média zero. Adicionalmente, o  $i$ -ésimo elemento de  $\varepsilon_z$  tem desvio padrão  $\sigma_i$ , que é função da classe de exatidão do medidor ou, no caso de pseudomedidas, da incerteza associada  $z_i$ . Nessas condições, as hipóteses estatísticas adotadas implicam em:

$$\begin{aligned} E\{\varepsilon_z\} &= 0 \\ E\{\varepsilon_z \varepsilon_z^t\} &= \mathbf{R} = \text{diag}\{\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2\} \end{aligned} \quad (4.2)$$

onde  $\mathbf{R}$  é a matriz diagonal  $m \times m$  de covariância dos erros de medição.

O valor verdadeiro das medidas pode ser expresso em função das variáveis de estado, cuja relação é dada pelas equações do Apêndice A. O modelo de medição pode ser re-escrito como:

$$\begin{aligned} \mathbf{z} &= \mathbf{h}(x_1, x_2, \dots, x_n) + \varepsilon_z \\ \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} h_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ h_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ h_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_m \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.3)$$

onde  $\mathbf{h}(\cdot)$  é o vetor  $m \times 1$  de funções não lineares que relacionam as

variáveis de estado às medidas.

O grau de redundância global do plano de medição é definido como:

$$\rho \triangleq \frac{m}{n} \quad (4.4)$$

Uma condição necessária, mas não suficiente, para que seja possível estimar os estados é que  $m \geq n$  ou  $\rho > 1$ . Caso o sistema seja observável e não haja redundância no plano de medição ( $\rho = 1$ ), todos as medidas serão críticas e não será possível detectar ou identificar erros grosseiros. Uma condição desejável é que, além da observabilidade, haja redundância em grau suficiente para que seja possível filtrar os erros aleatórios de medição e processar erros grosseiros.

## 4.2 Formulação Matemática

O estimador de estados deve obter uma estimativa para os estados do sistema, baseado nas medidas disponíveis, que se aproxime dos valores verdadeiros. Para atingir este objetivo, diversas abordagens matemáticas podem ser adotadas dependendo do critério estabelecido. Os critérios estatísticos mais frequentemente encontrados na literatura são: o critério dos mínimos quadrados ponderados, o critério da máxima verossimilhança e o critério de mínima variância. Se os erros de medição possuem distribuição normal e média zero, a solução do problema é a mesma para estes três critérios [52].

Considere que as medidas estejam disponíveis em localização e quantidade suficientes tal que a rede elétrica seja minimamente observável. Considere também que erros de medição não sejam correlacionados e possuam média zero. Além disso, o desvio padrão de cada medida é dado por  $\sigma_i$ , calculado em função da precisão do medidor. Retomando a discussão do Capítulo 2, a função densidade de probabilidade conjunta das medidas no vetor  $\mathbf{z}$  é dada por:

$$F(\mathbf{z}) = f(z_1)f(z_2) \cdots f(z_m) \quad (4.5)$$

onde  $f(z_i)$  é a função densidade de probabilidade individual de cada medida:

$$f(z_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z_i - \hat{z}_i}{\sigma_i}\right)^2} \quad (4.6)$$

Segundo o critério da máxima verossimilhança, a estimativa para os estados é obtida quando a função (4.5) é maximizada. As variáveis de otimização do problema são as estimativas  $\hat{z}_i$ ,  $i : 1 \cdots m$ , para o

valor médio esperado das medidas.

Um artifício matemático utilizado na formulação do problema é substituir  $F(\mathbf{z})$  por seu logaritmo [40], que resulta em:

$$\begin{aligned} \ln(F(\mathbf{z})) &= \sum_{i=1}^m \ln(f(z_i)) \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left( \frac{z_i - \bar{z}_i}{\sigma_i} \right)^2 - \underbrace{\frac{m}{2} \ln(2\pi)}_{\text{constante}} - \underbrace{\sum_{i=1}^m \ln(\sigma_i)}_{\text{constante}} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Os dois últimos termos da equação (4.7) são constantes e portanto o problema de otimização pode ser escrito como:

$$\underset{\hat{\mathbf{z}}}{\text{Max}} \ln(F(\mathbf{z})) \quad (4.8a)$$

ou

$$\underset{\hat{\mathbf{z}}}{\text{Min}} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left( \frac{z_i - \hat{z}_i}{\sigma_i} \right)^2 \quad (4.8b)$$

O resíduo de estimação  $r_i$  é definido como a diferença entre o valor observado e o valor estimado:

$$r_i = z_i - \hat{z}_i \quad (4.9)$$

O problema da equação (4.8b) é exatamente o mesmo resolvido pelo critério estatístico dos mínimos quadrados ponderados. Neste critério, a estimativa para os estados do sistema é obtida quando o somatório dos quadrados dos resíduos de medição, ponderados pelo inverso da variância da respectiva medida, é minimizado.

Cada elemento no vetor  $\hat{\mathbf{z}}$  pode ser expresso como uma função não linear de estimativas para as variáveis de estado da rede elétrica.

$$\underset{\hat{\mathbf{x}}}{\text{Min}} J(\hat{\mathbf{x}}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left( \frac{z_i - h_i(\hat{\mathbf{x}})}{\sigma_i} \right)^2 \quad (4.10)$$

onde  $J(\cdot)$  é a função objetivo do problema de otimização.

O problema (4.10) pode ainda ser reescrito usando-se notação matricial:

$$\underset{\hat{\mathbf{x}}}{\text{Min}} J(\hat{\mathbf{x}}) = \frac{1}{2} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})]^t \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})] \quad (4.11)$$

### 4.2.1 Informação à priori

Normalmente existe algum conhecimento prévio sobre os estados antes que o estimador seja executado. Este conjunto de dados é conhecido como informação *a priori* e pode ser proveniente de resultado de estimação em instantes anteriores, estimadores locais, fluxo de potência online, etc. A informação *a priori* é processada pelo estimador de estados como um tipo especial de medida, afetando a estimativa final exatamente do mesmo modo que o conjunto de dados tradicional [53].

Considere que esteja disponível o vetor  $\tilde{\mathbf{x}}$  de informação *a priori* de dimensão  $n \times 1$ , onde  $\tilde{x}_j$  é a estimativa prévia da  $j$ -ésima variável de estado. Deste modo,  $\tilde{\mathbf{R}}$  é a matriz  $n \times n$  de covariância dos erros da informação *a priori*, dada por:

$$E\{(\tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{x})(\tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{x})^t\} = \tilde{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \sigma_{\tilde{x}_1}^2 & c_{\tilde{x}_1, \tilde{x}_2} & \cdots & c_{\tilde{x}_1, \tilde{x}_n} \\ c_{\tilde{x}_2, \tilde{x}_1} & \sigma_{\tilde{x}_2}^2 & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ c_{\tilde{x}_n, \tilde{x}_1} & & \cdots & \sigma_{\tilde{x}_n}^2 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

É importante notar que  $\tilde{\mathbf{R}}$  não é, necessariamente, uma matriz diagonal, ou seja, os erros da informação *a priori* podem ser correlacionados.

Supondo que os erros da informação *a priori* tem média zero e que não tem correlação com os erros das medidas, o problema (4.10) e/ou (4.11) pode ser reescrito como [53]:

$$\underset{\hat{\mathbf{x}}}{\text{Min}} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left( \frac{z_i - h_i(\hat{\mathbf{x}})}{\sigma_i} \right)^2 + \frac{1}{2} \sum_{j,k=1}^n \frac{(\tilde{x}_j - \hat{x}_j)(\tilde{x}_k - \hat{x}_k)}{c_{\tilde{x}_j, \tilde{x}_k}} \quad (4.13a)$$

onde  $c_{\tilde{x}_j, \tilde{x}_k} = \sigma_{\tilde{x}_j, \tilde{x}_k}^2$ , quando  $j = k$ . Ou na forma matricial:

$$\underset{\hat{\mathbf{x}}}{\text{Min}} \frac{1}{2} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})]^t \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})] + \frac{1}{2} [\tilde{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}]^t \tilde{\mathbf{R}}^{-1} [\tilde{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}] \quad (4.13b)$$

## 4.3 Métodos de Solução

Nesta Seção são apresentados dois métodos de solução: o método da equação normal, utilizando o algoritmo de Gauss-Newton, e o método

sequencial ortogonal, utilizando as rotações de Givens. Existe ainda uma série de alternativas para a solução do problema de estimação de estados, como por exemplo: o método da matriz aumentada (conhecido também como *tableau* esparsa ou método de Hachtel), o método de Peters e Wilkinson, métodos desacoplados, métodos híbridos, etc.

### 4.3.1 Método da Equação Normal

Considere o problema de estimação de estados (4.10) escrito na forma matricial (4.11). A condição de otimalidade de primeira ordem é dada por:

$$\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}) = \frac{\partial J(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}} = -\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}})^t \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})] = \mathbf{0} \quad (4.14)$$

onde  $\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}})$  é o vetor  $n \times 1$  das derivadas de primeira ordem da função objetivo em relação às variáveis de estado e  $\mathbf{0}$  é um vetor  $n \times 1$  nulo.  $\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}})$  é a matriz Jacobiana de dimensão  $m \times n$  das primeiras derivadas do vetor  $\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})$  em relação às variáveis de estado. Considerando um plano de medição qualquer, a matriz Jacobiana (*ver* Apêndice A) pode ser expressa genericamente como:

$$\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}) = \frac{\partial \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{x}_V} \\ \frac{\partial \mathbf{t}}{\partial \mathbf{x}_\theta} & \frac{\partial \mathbf{t}}{\partial \mathbf{x}_V} \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}_\theta} & \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}_V} \\ \mathbf{0} & \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{x}_V} \\ \frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{x}_\theta} & \mathbf{0} \\ \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{x}_\theta} & \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{x}_V} \\ \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{x}_\theta} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{x}_V} \\ \frac{\partial \mathbf{I}^2}{\partial \mathbf{x}_\theta} & \frac{\partial \mathbf{I}^2}{\partial \mathbf{x}_V} \\ \frac{\partial \mathbf{I}^r}{\partial \mathbf{x}_\theta} & \frac{\partial \mathbf{I}^r}{\partial \mathbf{x}_V} \\ \frac{\partial \mathbf{I}^i}{\partial \mathbf{x}_\theta} & \frac{\partial \mathbf{I}^i}{\partial \mathbf{x}_V} \end{bmatrix}_{m \times n} \begin{array}{l} \rightarrow \text{Magnitude de tensão} \\ \rightarrow \text{Fluxo de potência ativa} \\ \rightarrow \text{Fluxo de potência reativa} \\ \rightarrow \text{Magnitude do fasor tensão} \\ \rightarrow \text{Ângulo do fasor tensão} \\ \rightarrow \text{Injeção de potência ativa} \\ \rightarrow \text{Injeção de potência reativa} \\ \rightarrow \text{Mag. de corrente ao quadrado} \\ \rightarrow \text{Parte real do fasor corrente} \\ \rightarrow \text{Parte imag. do fasor corrente} \end{array} \quad (4.15)$$

onde  $\mathbf{x}_\theta$  e  $\mathbf{x}_V$  são as submatrizes de  $\mathbf{x}$  referentes ao ângulo e ao módulo, respectivamente, das variáveis de estado.

Expandindo  $g(\hat{\mathbf{x}})$  da equação (4.14) em série de Taylor em torno

do ponto representado pelo vetor  $\hat{\mathbf{x}}^k$  resulta em:

$$\begin{aligned} \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}) = & \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}^k) + \frac{\partial \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}^k)}{\partial \mathbf{x}} (\hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}^k) \\ & + \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}^k)^t \frac{\partial^2 \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}^k)}{\partial \mathbf{x}^2} (\hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}^k) + \dots = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Negligenciando os termos de ordem igual e superior a dois na equação (4.16):

$$\frac{\partial \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}^k)}{\partial \mathbf{x}} (\hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}^k) = -\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}^k) \quad (4.17)$$

A equação (4.17) é a base do algoritmo recursivo de Gauss-Newton onde, a cada iteração, incrementos são atribuídos à variável  $\hat{\mathbf{x}}$  até que seja atingida a convergência.

A primeira e segunda derivadas da função objetivo em relação às variáveis de estado no ponto  $\hat{\mathbf{x}}^k$  são dadas por:

$$\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}^k) = \frac{\partial \mathbf{J}(\hat{\mathbf{x}}^k)}{\partial \mathbf{x}} = -\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k)^t \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}^k)] \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}^k)}{\partial \mathbf{x}} = & \frac{\partial^2 \mathbf{J}(\hat{\mathbf{x}}^k)}{\partial \mathbf{x}^2} = \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k)^t \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k) \\ & - \left[ \frac{\partial^2 \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}^k)}{\partial \mathbf{x}^2} \right]^t \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}^k)] \end{aligned} \quad (4.19)$$

A equação (4.19) pode ser simplificada se o segundo termo, contendo a derivada de segunda ordem de  $\mathbf{h}(\cdot)$ , for considerado nulo. Isto implica em supor que as variações da matriz Jacobiana são desprezáveis na região do ponto  $\hat{\mathbf{x}}^k$ . Na grande maioria das situações esta suposição é razoável e o impacto na convergência do algoritmo é mínima [39]. Em posse desse raciocínio, é definida a matriz  $\mathbf{G}(\cdot)$ , também conhecida como *matriz de ganho*.

$$\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}^k) \triangleq \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k)^t \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k) \approx \frac{\partial \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}^k)}{\partial \mathbf{x}} \quad (4.20)$$

Substituindo os resultados das equações (4.18) e (4.20) na equação (4.17) se obtém:

$$\underbrace{\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k)^t \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k)}_{\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}^k)} \overbrace{(\hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}^k)}^{\Delta \hat{\mathbf{x}}^k} = \underbrace{\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k)^t \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}^k)]}_{-\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}^k)} \overbrace{\Delta \mathbf{z}^k}^{\Delta \mathbf{z}^k} \quad (4.21)$$

#### 4.3.1.1 Algoritmo

O método de Gauss-Newton consiste na solução do conjunto de equações não lineares (4.14). Para tal, é definido um ponto inicial  $\hat{\mathbf{x}}^0$  (normalmente perfil plano de tensão). A cada iteração, incrementos  $\Delta \hat{\mathbf{x}}^k$  são calculados pela equação (4.21). A estimativa para os estados são atualizadas por:

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k + \Delta \hat{\mathbf{x}}^k \quad (4.22)$$

O sistema linear (4.21) pode ser solucionado aplicando a fatoração de Cholesky na matriz de ganho. Esta fatoração decompõe uma matriz definida positiva em um produto de uma matriz triangular inferior por sua transposta. A matriz  $\mathbf{G}$  é simétrica estruturalmente e numericamente [40]. Pode-se afirmar também que, se o sistema é observável,  $\mathbf{G}$  é uma matriz definida positiva [40]. Aplicando a fatoração de Cholesky a  $\mathbf{G}$  resulta em:

$$\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}^k) = \mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}^k) \mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}^k)^t \quad (4.23)$$

onde  $\mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}^k)$  é uma matriz  $n \times n$  triangular inferior.

Substituindo (4.23) em (4.21):

$$\mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}^k) \mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}^k)^t \Delta \hat{\mathbf{x}}^k = -\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}^k) \quad (4.24)$$

O sistema (4.24) pode ser solucionado em duas etapas. Na primeira, o vetor  $\mathbf{y}^k$  auxiliar é obtido por substituição reversa:

$$\mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}^k) \mathbf{y}^k = -\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}^k) \quad (4.25)$$

Na segunda etapa, os incrementos das variáveis de estados são calculados, também por substituição reversa, através de:

$$\mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}^k)^t \Delta \hat{\mathbf{x}}^k = \mathbf{y}^k \quad (4.26)$$



O processo iterativo converge quando os incrementos  $\Delta \hat{\mathbf{x}}^k$  são menores que uma determinada tolerância  $\epsilon$ :

$$\|\Delta \hat{\mathbf{x}}^k\|_{\infty} \leq \epsilon \quad (4.27)$$

A matriz de covariância dos erros de estimação representa a incerteza associada à estimativa e é calculada por [7]:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}} &= E\{(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})^t\} \\ &= [\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}})^t \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}})]^{-1} \end{aligned} \quad (4.28)$$

Na Figura 4.2 é apresentado um fluxograma das principais etapas da solução do estimador de estados através do método da equação normal.

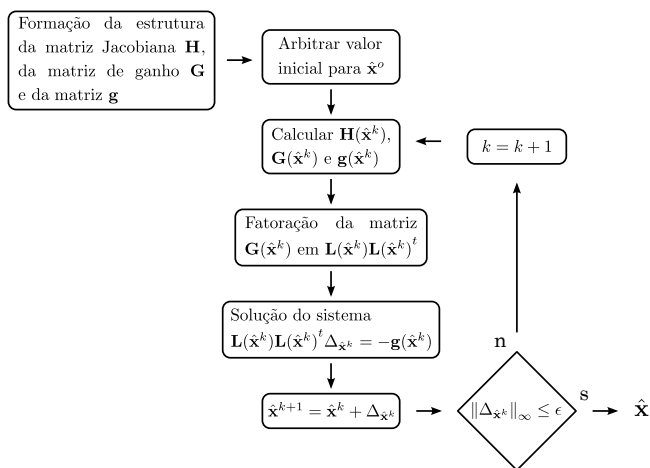


Figura 4.2 – Fluxograma do Método da Equação Normal

#### 4.3.1.2 Condicionamento Numérico da Matriz de Ganho

O condicionamento numérico é uma propriedade acerca da qualidade dos resultados quando da utilização de meios computacionais. Os problemas computacionais surgem devido à precisão finita das variáveis em ponto flutuante utilizadas para armazenar valores numéricos. Diz-se que um problema é mal condicionado se pequenas perturbações em seus parâmetros produzem grandes mudanças nos resultados. Na solução de equações lineares este fenômeno decorre do fato de a matriz de coefi-

entes estar próxima da singularidade.

O número de condicionamento  $\kappa$  é uma medida que indica o grau de condicionamento numérico de um problema matemático. No caso da solução de sistemas do tipo  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ , onde  $\mathbf{A}$  é uma matriz definida positiva, o número de condicionamento é dado por:

$$\kappa(\mathbf{A}) = \frac{\lambda_M}{\lambda_m} \quad (4.29)$$

onde  $\lambda_M$  e  $\lambda_m$  são o máximo e o mínimo autovalores da matriz  $\mathbf{A}$ , respectivamente. Quanto maior o valor de  $\kappa$ , pior é o condicionamento.

Uma propriedade importante é a do condicionamento numérico do quadrado da matriz  $\mathbf{A}$ , dado por [40]:

$$\kappa(\mathbf{A}^t \mathbf{A}) = \kappa(\mathbf{A})^2 \quad (4.30)$$

A matriz de ganho  $\mathbf{G}$  do lado esquerdo do sistema linear (4.21) envolve o produto  $[\mathbf{H}^t \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}]$  e portanto, se o número de condicionamento de  $\mathbf{H}$  é ruim,  $\kappa(\mathbf{G})$  será ainda pior em proporção quadrática. De fato, a matriz Jacobiana  $\mathbf{H}$  costuma ser mal condicionada quando existem ramos com impedância muito baixa na modelagem da rede elétrica ou quando são atribuídas variâncias de ordem de grandeza muito diferentes às medidas ou pseudo-medidas [39].

### 4.3.2 Método Ortogonal-Sequencial

Os métodos ortogonais para estimação de estados surgiram na década de oitenta [23, 24] como uma alternativa para melhorar o desempenho numérica dos estimadores de estados. As principais vantagens da utilização de métodos ortogonais são decorrentes de duas propriedades:

1. As matrizes ortogonais possuem autovalores com módulo igual a um. Portanto, as operações que envolvem tais matrizes possuem número de condicionamento unitário (melhor possível). Este fato torna as matrizes ortogonais candidatas naturais a aplicações numéricas.
2. Na formulação do método ortogonal não é necessário calcular o produto  $[\mathbf{H}^t \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}]$  do lado esquerdo do sistema linear (4.21). Neste caso, o número de condicionamento do problema não é deteriorado.

Considere o problema de estimação de estados (4.10) (4.11) cuja condição de otimalidade de primeira ordem está expressa na equação (4.14). Efetuando o mesmo procedimento de expandir  $\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}})$  em série de Taylor em torno do ponto  $\hat{\mathbf{x}}^k$  e negligenciar os termos de ordem superior, obtém-se a equação normal (4.21), que é replicada por conveniência na equação abaixo:

$$\underbrace{\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k)^t \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k)}_{\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}^k)} \underbrace{(\hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}^k)}_{\Delta \hat{\mathbf{x}}^k} = \underbrace{\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k)^t \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}^k)]}_{-\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}^k)} \underbrace{\Delta \mathbf{z}^k}_{\Delta \mathbf{z}^k} \quad (4.31)$$

A equação normal (4.31) é a solução de um subproblema linearizado na  $k$ -ésima iteração, dado por:

$$\underset{\Delta \hat{\mathbf{x}}^k}{\text{Min}} J(\Delta \hat{\mathbf{x}}^k) = \frac{1}{2} [\Delta \mathbf{z}^k - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k) \Delta \hat{\mathbf{x}}^k]^t \mathbf{R}^{-1} [\Delta \mathbf{z}^k - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k) \Delta \hat{\mathbf{x}}^k] \quad (4.32)$$

A matriz  $\mathbf{R}$  de covariância dos erros das medidas é definida positiva visto que  $\mathbf{R} = \text{diag}\{\sigma_i^2\}, i: 1 \dots m / \sigma_i^2 > 0 \forall i \in \Omega_z$ , onde  $\Omega_z$  é o conjunto das medidas. Aplicando a fatoração de Cholesky a  $\mathbf{R}$  resulta em:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}^{1/2} \mathbf{R}^{t/2} \quad (4.33)$$

logo,

$$\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^{-t/2} \mathbf{R}^{-1/2} \quad (4.34)$$

Substituindo (4.34) em (4.32), resulta em:

$$\underset{\Delta \hat{\mathbf{x}}^k}{\text{Min}} J(\Delta \hat{\mathbf{x}}^k) = \frac{1}{2} [\Delta \mathbf{z}^k - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k) \Delta \hat{\mathbf{x}}^k]^t \mathbf{R}^{-t/2} \mathbf{R}^{-1/2} [\Delta \mathbf{z}^k - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k) \Delta \hat{\mathbf{x}}^k] \quad (4.35)$$

São definidas as matrizes escalonadas:

$$\begin{aligned} \check{\mathbf{H}}(\hat{\mathbf{x}}^k) &\triangleq \mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k) \\ \Delta \check{\mathbf{z}}^k &\triangleq \mathbf{R}^{-1/2} \Delta \mathbf{z}^k \end{aligned} \quad (4.36)$$

O problema (4.35) pode ser reescrito como:

$$\underset{\Delta \hat{\mathbf{x}}^k}{\text{Min}} J(\Delta \hat{\mathbf{x}}^k) = \frac{1}{2} [\Delta \check{\mathbf{z}}^k - \check{\mathbf{H}}(\hat{\mathbf{x}}^k) \Delta \hat{\mathbf{x}}^k]^t [\Delta \check{\mathbf{z}}^k - \check{\mathbf{H}}(\hat{\mathbf{x}}^k) \Delta \hat{\mathbf{x}}^k] \quad (4.37a)$$

$$= \frac{1}{2} \left\| \Delta \check{\mathbf{z}}^k - \check{\mathbf{H}}(\hat{\mathbf{x}}^k) \Delta \hat{\mathbf{x}}^k \right\|^2 \quad (4.37b)$$

onde  $\|(\cdot)\|$  é a função norma Euclidiana.

A formulação (4.37b) do subproblema linearizado de estimação de estados é a base do método sequencial ortogonal, como será visto mais adiante. A principal ferramenta utilizada na implementação do método decorre do fato que a norma Euclidiana é invariante quando da aplicação de transformações ortogonais [23]. A diferença para abordagem de Gauss-Newton é que, a cada iteração, os incrementos  $\Delta\hat{\mathbf{x}}^k$  são calculados por um processo de triangularização das matrizes da função objetivo em (4.37b) ao invés da solução direta da equação normal.

#### 4.3.2.1 Rotações de Givens

A rotação de Givens é uma transformação ortogonal que rotaciona um plano gerado por dois eixos. Em análise numérica, a sua principal aplicação está na introdução de zeros em uma matriz através de transformações ortogonais. Este procedimento matemático permite triangularizar uma matriz por linhas [23]. Além disso, as rotações de Givens tem a vantagem de reduzir a quantidade de cálculos na fatoração de matrizes esparsas, especialmente quando da utilização de sua versão rápida [23].

Considere uma matriz ortogonal de rotação de dimensão  $2 \times 2$  dada por:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

onde  $c$  e  $s$  são escalares a serem determinados.

A condição de ortogonalidade implica que:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}} \underbrace{\begin{bmatrix} c & -s \\ s & c \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}^t} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{I}_{2 \times 2}} \quad (4.39)$$

logo,

$$c^2 + s^2 = 1 \quad (4.40)$$

A transformação  $\mathbf{Q}$  é aplicada aos vetores linha  $\check{\mathbf{j}}$  e  $\check{\mathbf{k}}$  com o objetivo de introduzir zeros no vetor  $\check{\mathbf{k}}$ .

$$\begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{\mathbf{j}} \\ \check{\mathbf{k}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \check{\mathbf{j}}' \\ \check{\mathbf{k}}' \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

onde,

$$\begin{aligned} \check{\mathbf{j}} &= \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & \check{j}_i & \check{j}_{i+1} & \cdots & \check{j}_l \end{bmatrix} \\ \check{\mathbf{k}} &= \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & \check{k}_i & \check{k}_{i+1} & \cdots & \check{k}_l \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.42)$$

Após a rotação elementar (4.41) os vetores  $\check{\mathbf{j}}'$  e  $\check{\mathbf{k}}'$  resultantes são dados por:

$$\begin{aligned} \check{\mathbf{j}}' &= \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & \check{j}'_i & \check{j}'_{i+1} & \cdots & \check{j}'_l \end{bmatrix} \\ \check{\mathbf{k}}' &= \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & \underbrace{0}_{\check{k}'_i} & \check{k}'_{i+1} & \cdots & \check{k}'_l \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.43)$$

Fixar  $\check{k}'_i = 0$  implica que:

$$-s \check{j}_i + c \check{k}_i = 0 \quad (4.44)$$

Solucionando o sistema formado pelas equações (4.40) e (4.44) resulta em:

$$\begin{aligned} c &= \frac{\check{j}_i}{\sqrt{\check{j}_i^2 + \check{k}_i^2}} \\ s &= \frac{\check{k}_i}{\sqrt{\check{j}_i^2 + \check{k}_i^2}} \end{aligned} \quad (4.45)$$

A transformação ortogonal  $\mathbf{Q}$  é conhecida como a forma tradicional das rotações de Givens. É importante notar que, após a rotação, todos os elementos dos vetores  $\check{\mathbf{j}}'$  e  $\check{\mathbf{k}}'$  são atualizados e deve-se levar em consideração os possíveis novos encontros. Outra característica importante da rotação de Givens tradicional é que é necessário computar raízes quadradas. Esta característica pode ter impacto negativo no desempenho numérico, principalmente quando da triangularização de matrizes de grande porte.

A versão sem raízes quadradas, também conhecida como versão rápida, foi proposta inicialmente em [22, 25] e reduz consideravelmente o esforço computacional.

Considere que as matrizes  $\check{\mathbf{j}}$  e  $\check{\mathbf{k}}$  podem ser decompostas em:

$$\begin{aligned} \check{\mathbf{j}} &= \sqrt{\delta} \mathbf{j} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & \sqrt{\delta} j_i & \sqrt{\delta} j_{i+1} & \cdots & \sqrt{\delta} j_l \end{bmatrix} \\ \check{\mathbf{k}} &= \sqrt{\omega} \mathbf{k} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & \sqrt{\omega} k_i & \sqrt{\omega} k_{i+1} & \cdots & \sqrt{\omega} k_l \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.46)$$

ou escrita da forma particionada como:

$$\begin{bmatrix} \check{\mathbf{j}} \\ \check{\mathbf{k}} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \sqrt{\delta} & 0 \\ 0 & \sqrt{\omega} \end{bmatrix}}_{\mathbf{w}^{1/2}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{j} \\ \mathbf{k} \end{bmatrix}}_{\mathbf{m}} \triangleq \mathbf{w}^{1/2} \mathbf{m} \quad (4.47)$$

onde  $\sqrt{\delta}$  e  $\sqrt{\omega}$  podem ser encarados como pesos atribuídos aos vetores  $\mathbf{j}$  e  $\mathbf{k}$ , respectivamente.

Aplicando a rotação de Givens tradicional às matrizes  $\check{\mathbf{j}}$  e  $\check{\mathbf{k}}$  fatoradas como na equação (4.47) resulta em:

$$\mathbf{Q} \mathbf{w}^{1/2} \mathbf{m} = \begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{\delta} & 0 \\ 0 & \sqrt{\omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & j_i & j_{i+1} & \cdots & j_l \\ 0 & \cdots & 0 & k_i & k_{i+1} & \cdots & k_l \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

Após a rotação elementar (4.48) os vetores  $\mathbf{j}'$  e  $\mathbf{k}'$ , assim como os respectivos pesos  $\sqrt{\delta'}$  e  $\sqrt{\omega'}$ , resultantes são dados por:

$$\begin{bmatrix} \sqrt{\delta'} & 0 \\ 0 & \sqrt{\omega'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & j'_i & j'_{i+1} & \cdots & j'_l \\ 0 & \cdots & 0 & \underbrace{0}_{k'_i} & k'_{i+1} & \cdots & k'_l \end{bmatrix} \triangleq \mathbf{w}'^{1/2} \mathbf{m}' \quad (4.49)$$

Fixar  $k'_i = 0$  implica que:

$$-s \sqrt{\delta} j_i + c \sqrt{\omega} k_i = 0 \quad (4.50)$$

Logo, a relação básica entre as matrizes antes e após a rotação de Givens é dada por:

$$\mathbf{Q} \mathbf{w}^{1/2} \mathbf{m} = \mathbf{w}'^{1/2} \mathbf{m}' \quad (4.51)$$

A condição de ortogonalidade (4.40) e a imposição de  $k'_i = 0$  na equação (4.50) formam um sistema de duas equações e duas incógnitas a partir do qual se determina  $c$  e  $s$ :

$$\begin{aligned} c^2 &= \frac{\delta}{\delta + \omega \left( \frac{k_i}{j_i} \right)^2} \\ s^2 &= \frac{\omega}{\omega + \delta \left( \frac{j_i}{k_i} \right)^2} \end{aligned} \quad (4.52)$$

A versão rápida da rotação de Givens é baseada na relação (4.51).

A partir dela é definida uma nova transformação ortogonal  $\mathbf{P}$  aplicada diretamente a  $\mathbf{m}$  que resulte em:

$$\mathbf{P}\mathbf{m} = \mathbf{m}' \quad (4.53)$$

Logo, substituindo (4.53) em (4.51):

$$\mathbf{Q}\mathbf{w}^{1/2}\mathbf{m} = \mathbf{w}'^{1/2}\mathbf{P}\mathbf{m} \quad (4.54)$$

Na nova transformação ortogonal, a matriz  $\mathbf{w}'^{1/2}$  é apenas atualizada. Os elementos da nova matriz de rotação  $\mathbf{P}$  e a expressão de atualização de  $\mathbf{w}'^{1/2}$  são obtidos pela equação (4.54) elemento a elemento:

$$\begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{\delta} & 0 \\ 0 & \sqrt{\omega} \end{bmatrix} \mathbf{m} = \begin{bmatrix} \sqrt{\delta'} & 0 \\ 0 & \sqrt{\omega'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \mathbf{m} \quad (4.55)$$

que é equivalente a,

$$\begin{bmatrix} c\sqrt{\delta} & s\sqrt{\omega} \\ -s\sqrt{\delta} & c\sqrt{\omega} \end{bmatrix} \mathbf{m} = \begin{bmatrix} \sqrt{\delta'} p_{11} & \sqrt{\delta'} p_{12} \\ \sqrt{\omega'} p_{21} & \sqrt{\omega'} p_{22} \end{bmatrix} \mathbf{m} \quad (4.56)$$

A equação (4.56) resulta em um sistema com quatro equações e seis incógnitas.

$$\left\{ \begin{array}{l} c\sqrt{\delta} = \sqrt{\delta'} p_{11} \\ s\sqrt{\omega} = \sqrt{\delta'} p_{12} \\ -s\sqrt{\delta} = \sqrt{\omega'} p_{21} \\ c\sqrt{\omega} = \sqrt{\omega'} p_{22} \end{array} \right. \quad (4.57)$$

O lado esquerdo de (4.57) é composto por elementos conhecidos, visto que  $c$  e  $s$  foram obtidos em (4.52). Já no lado direito existem seis elementos a determinar. Portanto, o sistema de equações possui dois graus de liberdade. Em [22], Gentleman propôs as seguintes escolhas para os graus de liberdade:

1. A transformação ortogonal  $\mathbf{P}$  possui três elementos a determinar, ou seja,

$$p_{22} = 1 \quad (4.58)$$

2. Após a rotação, o elemento  $j'_i$  é igual a 1. Re-examinando (4.53)

se obtém:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & j_i & j_{i+1} & \cdots & j_l \\ 0 & \cdots & 0 & k_i & k_{i+1} & \cdots & k_l \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & j'_i & j'_{i+1} & \cdots & j'_l \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & k'_{i+1} & \cdots & k'_l \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.59)$$

portanto,

$$p_{11} j_i + p_{12} k_i = 1 \quad (4.60)$$

Assumindo que, no algoritmo,  $j_i$  foi inicializado como 1, as rotações subsequentes não alteram este valor. Logo,  $j_i = j'_i = 1$  e a equação (4.60) pode ser reescrita como:

$$p_{11} + p_{12} k_i = 1 \quad (4.61)$$

Solucionando o sistema de equações (4.57), sujeito a escolha dos graus de liberdade (4.58) e (4.61), resulta em:

$$\begin{cases} \delta' = \delta + \omega k_i^2 \\ p_{11} = \delta / \delta' \\ p_{12} = k_i \omega / \delta' \\ \omega' = \omega p_{11} = \omega(1 - k_i p_{12}) \\ p_{21} = -k_i \\ p_{22} = 1 \end{cases} \quad (4.62)$$

A escolha dos graus de liberdade proposta por Gentleman elimina o cálculo de raízes quadradas nas expressões (4.62) e reduz o número operações de multiplicação em relação à forma tradicional das rotações de Givens. Na prática, as raízes quadradas em  $\sqrt{\delta}$  e  $\sqrt{\omega}$  nunca são efetivamente calculadas e a cada nova rotação, apenas  $\delta$  e  $\omega$  são atualizados. A eliminação das raízes quadradas na versão rápida da rotação de Givens tornou o método atrativo computacionalmente, visto que o número de operações em ponto flutuante fica bastante reduzido [23]. Além disso, a decomposição dos vetores  $\mathbf{j}$  e  $\mathbf{k}$  na equação (4.46) (4.47) é adequada para aplicação em problemas que envolvem ponderações, uma vez que os elementos  $\delta$  e  $\omega$  podem ser encarados como “pesos” atribuídos aos vetores  $\mathbf{j}$  e  $\mathbf{k}$ , respectivamente.



### 4.3.2.2 Solução via Rotações de Givens

No método ortogonal baseado nas rotações rápidas de Givens, a cada iteração, as medidas são processada sequencialmente. O subproblema linearizado (4.37b) solucionado na  $k$ -ésima iteração é reescrito, por conveniência, na equação abaixo.

$$\min_{\Delta \hat{\mathbf{x}}^k} J(\Delta \hat{\mathbf{x}}^k) = \frac{1}{2} \left\| \Delta \check{\mathbf{z}}^k - \check{\mathbf{H}}(\hat{\mathbf{x}}^k) \Delta \hat{\mathbf{x}}^k \right\|^2 \quad (4.63)$$

Sem perda de generalidade suponha que, em um dado momento do processamento sequencial de medidas, a matriz  $\check{\mathbf{H}}(\hat{\mathbf{x}}^k)$  tenha dimensão igual ao número de variáveis estados, ou seja  $n \times n$ , e portanto  $\Delta \check{\mathbf{z}}^k$  é um vetor  $n \times 1$ . Considere agora que uma medida  $z_i$ , com variância  $\sigma_i^2$  e representada pelo modelo de medição  $z_i = h_i(\mathbf{x}) + \varepsilon_i$ , é a próxima medida disponível a ser processada pelo estimador. Considere também que a matriz Jacobiana de  $h_i()$  em torno do ponto  $\hat{\mathbf{x}}^k$  é dada por  $\mathbf{h}_i(\hat{\mathbf{x}}^k)$ , de dimensão  $1 \times n$ .

De posse de  $z_i$ ,  $h_i$  e da estimativa das variáveis de estado  $\hat{\mathbf{x}}^k$  na  $k$ -ésima iteração, é calculada a variável  $\Delta z_i^k = z_i - h_i(\hat{\mathbf{x}}^k)$ . Considere que  $\Delta z_i^k$  e  $\mathbf{h}_i(\hat{\mathbf{x}}^k)$  são escalonados por  $\sigma_i^2$  de acordo com o mecanismo da equação (4.36). Deste modo, considerando a próxima medida a ser processada, a função objetivo é reescrita como:

$$J(\Delta \hat{\mathbf{x}}^k) = \frac{1}{2} \left\| \begin{bmatrix} \Delta \check{\mathbf{z}}^k \\ \Delta z_i^k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \check{\mathbf{H}}(\hat{\mathbf{x}}^k) \\ \mathbf{h}_i(\hat{\mathbf{x}}^k) \end{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{x}}^k \right\|^2 \quad (4.64)$$

A norma Euclidiana em (4.64) é invariante quando da aplicação de transformações ortogonais [23]. Uma transformação ortogonal  $\mathbf{T}$  é definida de modo que:

$$\mathbf{T} \begin{bmatrix} \Delta \check{\mathbf{z}}^k \\ \hline \Delta \check{z}_i^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{c} \\ \hline e \end{bmatrix} \quad (4.65)$$

$$\mathbf{T} \begin{bmatrix} \check{\mathbf{H}}(\hat{\mathbf{x}}^k) \\ \hline \check{\mathbf{h}}_i(\hat{\mathbf{x}}^k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \hline \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

onde  $\mathbf{c}$  é um vetor  $n \times 1$ ,  $e$  é um escalar,  $\mathbf{U}$  é uma matriz  $n \times n$  triangular superior e  $\mathbf{0}$  é um vetor nulo  $1 \times n$ .

Aplicando a transformação ortogonal (4.65) à função objetivo (4.64) resulta no problema:

$$\underset{\Delta \hat{\mathbf{x}}^k}{\text{Min}} J(\Delta \hat{\mathbf{x}}^k) = \frac{1}{2} \|\mathbf{c} - \mathbf{U} \Delta \hat{\mathbf{x}}^k\|^2 + \underbrace{e^2}_{SQPR} \quad (4.66)$$

Após o processamento da medida  $z_i$ , o vetor  $\Delta \hat{\mathbf{x}}^k$  que minimiza o subproblema (4.66) é obtido através da solução, por substituição reversa, do sistema triangular de equações:

$$\mathbf{U} \Delta \hat{\mathbf{x}}^k = \mathbf{c} \quad (4.67)$$

Considerando que a rede elétrica é observável com respeito ao plano de medição, o sistema linear (4.67) é determinado, de modo que a solução  $\Delta \hat{\mathbf{x}}^k$  é única. Portanto,  $\mathbf{c} - \mathbf{U} \Delta \hat{\mathbf{x}}^k = \mathbf{0}$  e a variável  $e^2$  é a Soma Ponderada dos Quadrados dos Resíduos (SPQR) de medição calculada no ponto  $\hat{\mathbf{x}}^k$ , após o processamento da medida  $z_i$ .

A transformação ortogonal da equação (4.65) é obtida através de sucessivas rotações de Givens aplicadas às matrizes do problema linearizado da seguinte forma:

$$\underbrace{[\mathbf{Q}_1] [\mathbf{Q}_2] \cdots [\mathbf{Q}_i]}_{\mathbf{T}} \begin{bmatrix} \check{\mathbf{H}}(\hat{\mathbf{x}}^k) & \Delta \check{\mathbf{z}}^k \\ \hline \check{\mathbf{h}}_i(\hat{\mathbf{x}}^k) & \Delta \check{z}_i^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U} & \mathbf{c} \\ \hline \mathbf{0} & e \end{bmatrix} \quad (4.68)$$

onde  $[\mathbf{Q}_k]$  é uma matriz tradicional de rotação de Givens, dada por:

$$[\mathbf{Q}_k] = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & \\ & \ddots & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & c & s & & \\ & & & -s & c & & \\ & & & & & 1 & \\ & & & & & & \ddots & \\ & & & & & & & 1 \end{bmatrix}_{(n+1) \times (n+1)} \quad (4.69)$$

Retomando a representação não escalonada das matrizes do problema (*ver* (4.36)), a equação (4.68) pode ser re-escrita como:

$$[\mathbf{Q}_l] \cdots [\mathbf{Q}_2] [\mathbf{Q}_1] \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{R}^{-1/2} & \\ \hline & \sigma_i^{-1/2} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k) & \Delta \mathbf{z}^k \\ \hline \mathbf{h}_i(\hat{\mathbf{x}}^k) & \Delta z_i^k \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{U} & \mathbf{c} \\ \hline \mathbf{0} & e \end{array} \right] \quad (4.70)$$

A partir de (4.70) são definidas novas transformações ortogonais  $[\mathbf{P}_l], \dots, [\mathbf{P}_2], [\mathbf{P}_1]$ , de acordo com o desenvolvimento da versão rápida das rotações de Givens descrito na seção anterior, de modo que:

$$\left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{w}'^{1/2} & \\ \hline & w_i'^{1/2} \end{array} \right] [\mathbf{P}_l] \cdots [\mathbf{P}_2] [\mathbf{P}_1] \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k) & \Delta \mathbf{z}^k \\ \hline \mathbf{h}_i(\hat{\mathbf{x}}^k) & \Delta z_i^k \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{U} & \mathbf{c} \\ \hline \mathbf{0} & e \end{array} \right] \quad (4.71)$$

onde  $\mathbf{w}'^{1/2}$  é uma matriz diagonal de dimensão  $n \times n$  cujos elementos, assim como  $w_i'^{1/2}$ , são as ponderações atualizadas decorrentes das  $l$  rotações, conforme o desenvolvimento na equação (4.54).

Aplicar as  $l$  rotações rápidas de Givens resulta em:

$$\left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{w}'^{1/2} & \\ \hline & w_i'^{1/2} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c|c} \bar{\mathbf{U}} & \bar{\mathbf{c}} \\ \hline \mathbf{0} & 1 \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{U} & \mathbf{c} \\ \hline \mathbf{0} & e \end{array} \right] \quad (4.72)$$

onde  $\bar{\mathbf{U}}$  é uma matriz  $n \times n$  triangular superior *unitária* e  $\bar{\mathbf{c}}$  é um vetor  $n \times 1$ .

Ainda na  $k$ -ésima iteração, a próxima medida  $z_{i+1}$  passa pelo mesmo procedimento de cálculo de  $\Delta z_{i+1}^k$  e  $\mathbf{h}_{i+1}(\hat{\mathbf{x}}^k)$  e triangularização. Ao passo que as medidas são processadas, o valor da função objetivo é atualizado.

No final da iteração corrente, quando todas as medidas passaram por este procedimento, o vetor  $\Delta \hat{\mathbf{x}}^k$  é calculado. Examinando a

equação (4.72) tem-se que:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{U}} &= \mathbf{w}'^{1/2} \bar{\mathbf{U}} \\ \bar{\mathbf{c}} &= \mathbf{w}'^{1/2} \bar{\mathbf{c}}\end{aligned}\quad (4.73)$$

Substituindo (4.73) em (4.67), o incremento  $\Delta \hat{\mathbf{x}}^k$  para as estimativas na  $k$ -ésima iteração é obtido por substituição reversa através de:

$$\bar{\mathbf{U}} \Delta \hat{\mathbf{x}}^k = \bar{\mathbf{c}} \quad (4.74)$$

#### 4.3.2.3 Algoritmo

Nesta seção é descrito o algoritmo computacional de solução do estimador de estados via rotações rápidas de Givens. No início de cada iteração, uma matriz  $(n+1)$  identidade particionada é inicializada em conjunto com uma matriz nula, também  $(n+1)$ . Na Figura 4.3 é apresentada a regra de formação das matrizes iniciais do algoritmo.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{w}_1^0 & & & \\ & \mathbf{w}_2^0 & & \\ & & \mathbf{w}_3^0 & \\ & & & 0 \\ & & & & \ddots \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{U}}^0 & & & & & \\ & \bar{\mathbf{U}}^0 & & & & \\ & & \bar{\mathbf{U}}^0 & & & \\ & & & \bar{\mathbf{U}}^0 & & \\ & & & & \bar{\mathbf{U}}^0 & \\ & & & & & \bar{\mathbf{U}}^0 \end{bmatrix}$$

Figura 4.3 – Inicialização de matrizes. O sobrescrito 0 indica valor inicial.

Antes que qualquer medida seja processada na  $k$ -ésima iteração, tem-se que:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{U}}^0 &= \mathbf{I}_{n \times n} \\ \bar{\mathbf{c}}^0 &= \mathbf{0}_{n \times 1} \\ w_i^0 &= 0 ; \quad i : 1 \cdots (n+1)\end{aligned}\quad (4.75)$$

Pra cada medida, são aplicadas rotações rápidas de Givens entre as linhas de  $[\bar{\mathbf{U}} | \bar{\mathbf{c}}]$  e a linha da matriz Jacobiana aumentada  $[\mathbf{h}_i(\hat{\mathbf{x}}^k) | \Delta z_i^k]$

correspondente à  $i$ -ésima medida. Cada nova rotação zera um elemento de  $[\mathbf{h}_i(\hat{\mathbf{x}}^k) | \Delta z_i^k]$ , atualizando os demais elementos desta linha e da linha correspondente de  $[\bar{\mathbf{U}} | \bar{\mathbf{c}}]$ , até que  $[\mathbf{h}_i(\hat{\mathbf{x}}^k) | \Delta z_i^k]$  tenham sido completamente anulada. O processo se repete para a próxima medida até que todas as linhas de  $[\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k) | \Delta \mathbf{z}^k]$  tenham sido incorporadas ao esquema. Uma vantagem deste método é que a soma ponderada do quadrado dos resíduos é atualizada parcialmente para cada medida. Na Figura 4.3 é apresentado o esquema onde um conjunto de rotações rápidas de Givens são aplicadas a uma linha da matriz Jacobiana aumentada, com o objetivo de anular todos os seus elementos.

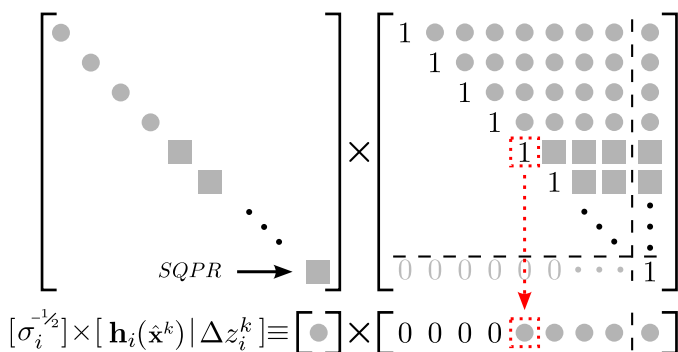


Figura 4.4 – Rotações rápidas de Givens. Os círculos indicam elementos atualizados, enquanto os quadrados indicam rotações subsequentes.

Uma propriedade muito importante deste método é a possibilidade de incorporar informação *a priori* sem custo computacional. Na inicialização das variáveis, os elementos  $w_j^0$  podem ser vistos com o peso inicial dado a  $j$ -ésima variável de estado antes que qualquer medida tenha sido processada. Em outras palavras,  $w_j^0$  corresponde ao peso da informação *a priori* disponível sobre o estado  $j$ :

$$w_j^0 = \frac{1}{\sigma_j^2} \quad (4.76)$$

onde  $\sigma_j^2$  é a variância da informação *a priori* sobre a variável de estado  $j$ .

Se nenhuma informação *a priori* é considerada, então  $w_j^0 = 0$  e a inicialização das variáveis segue a equação (4.75). Se, ao contrário, existe alguma informação prévia sobre os estados, as variáveis do método são inicializadas da seguinte forma:

- $w_j^0$ ,  $j : 1 \cdots n$ , conforme a equação (4.76);
- O vetor  $\bar{\mathbf{c}}$  conterá a informação *a priori* disponível, ou seja,

$$\bar{\mathbf{c}} = \tilde{\mathbf{x}}. \quad (4.77)$$

seguindo a notação da Seção 4.2.1,  $\tilde{\mathbf{x}}$  é o vetor de informação *a priori* sobre as variáveis de estado.

Na Figura 4.5 é apresentado um fluxograma das principais etapas da solução do estimador de estados através do método sequencial ortogonal baseado nas rotações rápidas de Givens.

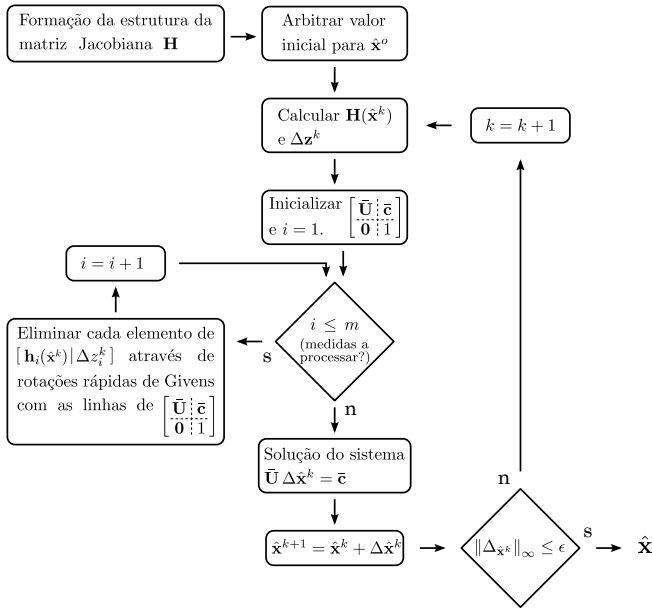


Figura 4.5 – Fluxograma do método sequencial ortogonal baseado nas rotações rápidas de Givens.

#### 4.4 Conclusão

Neste capítulo foram discutidos os principais conceitos a respeito da estimação de estados e seu papel na monitoração em tempo real de sistemas de potência. Além disso, foram apresentados dois métodos

tradicionais de solução: o método da equação normal, utilizando o algoritmo de Gauss-Newton, e o método sequencial ortogonal, utilizando as rotações de Givens escalares.

Os métodos tradicionais de estimação de estados são adequados para a maioria das situações práticas. Entretanto, a estratégia para a inclusão de medidas fasoriais na estimação de estados desenvolvida nesta dissertação possui características particulares, que levam ao desenvolvimento contido no capítulo seguinte.





## 5 MÉTODO SEQUENCIAL ORTOGONAL BASEADO NAS ROTAÇÕES DE GIVENS EM BLOCOS

### 5.1 Introdução

As rotações rápidas de Givens tradicionais são transformações ortogonais aplicadas a elementos escalares, cujo principal emprego em análise numérica está na introdução de zeros em vetores ou matrizes. Na estimação de estados, essa funcionalidade é especialmente atraente quando aplicada à triangularização numericamente estável mediante método sequencial ortogonal, conforme exposto no Capítulo 4.

Uma limitação do estimador de estados baseado nas rotações de Givens tradicionais é que cada medida deve ser ponderada por um elemento escalar. Em consequência, esta ponderação não permite considerar eventuais correlações entre erros de medição. Esta característica se torna especialmente restritiva quando da formulação do problema de estimação de estados em coordenadas retangulares na presença de medidas fasoriais de tensão e corrente.

A conversão de fasores medidos na forma polar para coordenadas retangulares resulta em significativa correlação entre os erros da parte real e imaginária. Assim, negligenciar este aspecto estatístico pode degradar o resultado final da estimativa. Por outro lado, a formulação do problema sem recorrer a aproximações resulta em uma estrutura matricial em blocos  $2 \times 2$ , evidenciando o apelo por um estimador ortogonal operacionalizado em blocos. A exposição sobre a estratégia de estimação de estados adotada nesta dissertação será detalhada em capítulo posterior, porém é importante ressaltar desde já as condições de contorno que levam ao desenvolvimento contido neste capítulo.

A matriz de rotações de Givens em blocos constitui uma generalização das rotações de Givens tradicionais, sendo seu desenvolvimento original creditado a Hallek [54] que, contudo, não visava uma aplicação prática em particular. A partir das rotações convencionais em blocos de Hallek, é desenvolvida nesta dissertação uma versão rápida, com propriedades similares às da versão rápida escalar, que se mostra adequada às características do problema de estimação de estados abordado nesta dissertação.

## 5.2 Rotação de Givens em Blocos

A matriz de rotações de Givens em blocos constitui-se na transformação ortogonal fundamental a partir da qual foi desenvolvido o algoritmo deste capítulo. Hallek [54] considera uma matriz ortogonal  $\mathbf{Q}$  de dimensão  $4 \times 4$  dada por:

$$\mathbf{Q} = \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{A} & \mathbf{AB}^t \\ \hline -\mathbf{CB} & \mathbf{C} \end{array} \right] \quad (5.1)$$

onde  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{C}$  são submatrizes não-singulares de dimensão  $2 \times 2$ . A condição de ortogonalidade requer que:

$$\begin{aligned} & \underbrace{\left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{A} & \mathbf{AB}^t \\ \hline -\mathbf{CB} & \mathbf{C} \end{array} \right]}_{\mathbf{Q}} \underbrace{\left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{A}^t & -\mathbf{B}^t \mathbf{C}^t \\ \hline \mathbf{BA}^t & \mathbf{C}^t \end{array} \right]}_{\mathbf{Q}^t} \\ &= \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{AA}^t + \mathbf{AB}^t \mathbf{BA}^t & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{CC}^t + \mathbf{CBB}^t \mathbf{C}^t \end{array} \right] = \mathbf{I}_{4 \times 4} \end{aligned} \quad (5.2)$$

e portanto:

$$\begin{cases} \mathbf{AA}^t + \mathbf{AB}^t \mathbf{BA}^t = \mathbf{I} \\ \mathbf{CC}^t + \mathbf{CBB}^t \mathbf{C}^t = \mathbf{I} \end{cases} \quad (5.3)$$

onde  $\mathbf{I}$  é uma matriz identidade  $2 \times 2$ . A equação (5.3) pode ser desenvolvida como:

$$\begin{cases} \mathbf{A}^t \mathbf{A} = (\mathbf{I} + \mathbf{B}^t \mathbf{B})^{-1} \\ \mathbf{C}^t \mathbf{C} = (\mathbf{I} + \mathbf{BB}^t)^{-1} \end{cases} \quad (5.4)$$

A transformação  $\mathbf{Q}$  é aplicada às matrizes  $\check{\mathbf{J}}$  e  $\check{\mathbf{K}}$ , com o objetivo de introduzir zeros na matriz  $\check{\mathbf{K}}$ .

$$\left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{A} & \mathbf{AB}^t \\ \hline -\mathbf{CB} & \mathbf{C} \end{array} \right] \begin{bmatrix} \check{\mathbf{J}} \\ \check{\mathbf{K}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \check{\mathbf{J}}' \\ \check{\mathbf{K}}' \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

onde,

$$\begin{aligned} \check{\mathbf{J}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \check{\mathbf{J}}_i & \check{\mathbf{J}}_{i+1} & \cdots & \check{\mathbf{J}}_l \end{bmatrix} \\ \check{\mathbf{K}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \check{\mathbf{K}}_i & \check{\mathbf{K}}_{i+1} & \cdots & \check{\mathbf{K}}_l \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.6)$$

As matrizes  $\check{\mathbf{J}}$  e  $\check{\mathbf{K}}$  são formadas respectivamente por submatrizes  $\check{\mathbf{J}}_i$  e  $\check{\mathbf{K}}_i$  de dimensão  $2 \times 2$ , ou por submatrizes  $\mathbf{0}$  nulas, também de dimensão  $2 \times 2$ .

Após as rotações em blocos (5.5), as matrizes  $\check{\mathbf{J}}'$  e  $\check{\mathbf{K}}'$  resultantes são dadas por:

$$\begin{aligned} \check{\mathbf{J}}' &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \check{\mathbf{J}}'_i & \check{\mathbf{J}}'_{i+1} & \cdots & \check{\mathbf{J}}'_l \end{bmatrix} \\ \check{\mathbf{K}}' &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \underbrace{\mathbf{0}}_{\check{\mathbf{K}}'_i} & \check{\mathbf{K}}'_{i+1} & \cdots & \check{\mathbf{K}}'_l \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.7)$$

Fixar  $\check{\mathbf{K}}'_i = \mathbf{0}$  resulta em:

$$-\mathbf{C}\mathbf{B}\check{\mathbf{J}}_i + \mathbf{C}\check{\mathbf{K}}_i = \mathbf{0} \quad (5.8)$$

e portanto, lembrando que  $\mathbf{C}$  é não-singular, tem-se que:

$$\mathbf{B} = \check{\mathbf{K}}_i \check{\mathbf{J}}_i^{-1} \quad (5.9)$$

De acordo com a equação (5.4), a matriz de rotações em blocos  $\mathbf{Q}$  pode ser totalmente determinada por sua submatriz  $\mathbf{B}$ , que é calculada por (5.9). É importante notar que o cálculo explícito das submatrizes  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{C}$  na equação (5.4) requer o uso da fatoração de Cholesky, que é o análogo matricial da raiz quadrada.

A partir das rotações em blocos derivadas acima, é desenvolvida a seguir uma versão rápida da rotação de Givens em blocos.

Seguindo o procedimento matemático da versão escalar apresentada na Seção 4.3.2.1, considere que as matrizes  $\check{\mathbf{J}}$  e  $\check{\mathbf{K}}$  podem ser decompostas em:

$$\begin{aligned} \check{\mathbf{J}} &= \Delta^{1/2} \mathbf{J} = \Delta^{1/2} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{J}_i & \mathbf{J}_{i+1} & \cdots & \mathbf{J}_l \end{bmatrix} \\ \check{\mathbf{K}} &= \Omega^{1/2} \mathbf{K} = \Omega^{1/2} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{K}_i & \mathbf{K}_{i+1} & \cdots & \mathbf{K}_l \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.10)$$

onde  $\Delta$  e  $\Omega$  são matrizes  $2 \times 2$  que podem ser interpretadas como “pesos” atribuídos a  $\mathbf{J}$  e  $\mathbf{K}$ , respectivamente. É importante notar que, desde que  $\Delta$  e  $\Omega$  sejam não-singulares, não há restrição quanto a sua estrutura.

As matrizes  $\check{\mathbf{J}}$  e  $\check{\mathbf{K}}$  podem ser re-escritas de forma particionada como:

$$\begin{bmatrix} \check{\mathbf{J}} \\ \check{\mathbf{K}} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta^{1/2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Omega^{1/2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{W}^{1/2}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{J} \\ \mathbf{K} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}} \triangleq \mathbf{W}^{1/2} \mathbf{M} \quad (5.11)$$

Aplicando as rotações de Givens em blocos  $\mathbf{Q}$  às matrizes  $\check{\mathbf{J}}$  e  $\check{\mathbf{K}}$ , fatoradas como na equação (5.10),

$$\mathbf{Q} \mathbf{W}^{1/2} \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{A}\mathbf{B}^t \\ -\mathbf{C}\mathbf{B} & \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta^{1/2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Omega^{1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{J}_i & \mathbf{J}_{i+1} & \cdots & \mathbf{J}_l \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{K}_i & \mathbf{K}_{i+1} & \cdots & \mathbf{K}_l \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

resulta em:

$$\begin{bmatrix} \Delta'^{1/2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Omega'^{1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{J}'_i & \mathbf{J}'_{i+1} & \cdots & \mathbf{J}'_l \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \underbrace{\mathbf{K}'_i}_{\mathbf{K}'_i} & \mathbf{K}'_{i+1} & \cdots & \mathbf{K}'_l \end{bmatrix} \triangleq \mathbf{W}'^{1/2} \mathbf{M}' \quad (5.13)$$

Fixar  $\mathbf{K}'_i = \mathbf{0}$  implica em:

$$-\mathbf{C}\mathbf{B}\Delta^{1/2}\mathbf{J}_i + \mathbf{C}\Omega^{1/2}\mathbf{K}_i = \mathbf{0} \quad (5.14)$$

e portanto, assumindo novamente a não-singularidade de  $\mathbf{C}$ , tem-se que:

$$\mathbf{B} = (\Omega^{1/2}\mathbf{K}_i)(\Delta^{1/2}\mathbf{J}_i)^{-1} \quad (5.15)$$

De (5.12) e (5.13) conclui-se que a relação básica entre as matrizes antes e após as rotações de Givens em blocos é dada por:

$$\mathbf{Q} \mathbf{W}^{1/2} \mathbf{M} = \mathbf{W}'^{1/2} \mathbf{M}' \quad (5.16)$$

que é análoga à relação (4.51) do caso escalar. Da mesma forma que em (4.53), uma nova matriz de rotação  $\mathbf{P}$  é definida de modo que quando aplicada diretamente a  $\mathbf{M}$  resulte em:

$$\mathbf{P}\mathbf{M} = \mathbf{M}' \quad (5.17)$$

o que leva à versão em blocos da equação (4.54):

$$\mathbf{Q} \mathbf{W}^{1/2} \mathbf{M} = \mathbf{W}'^{1/2} \mathbf{P} \mathbf{M} \quad (5.18)$$

A matriz  $4 \times 4$   $\mathbf{P}$  é a nova rotação a ser aplicada a  $\mathbf{M}$ , ao passo que a matriz de pesos  $\mathbf{W}$  é apenas atualizada. Os elementos de  $\mathbf{P}$  e a expressão de atualização de  $\mathbf{W}'^{1/2}$  são obtidos pela equação (5.18) elemento a elemento:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{AB}^t \\ -\mathbf{CB} & \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta^{1/2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Omega^{1/2} \end{bmatrix} \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \Delta'^{1/2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Omega'^{1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{bmatrix} \mathbf{M} \quad (5.19)$$

resultando em,

$$\left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{A}\Delta^{1/2} & \mathbf{AB}^t\Omega^{1/2} \\ \hline -\mathbf{CB}\Delta^{1/2} & \mathbf{C}\Omega^{1/2} \end{array} \right] \mathbf{M} = \left[ \begin{array}{c|c} \Delta'^{1/2}\mathbf{P}_{11} & \Delta'^{1/2}\mathbf{P}_{12} \\ \hline \Omega'^{1/2}\mathbf{P}_{21} & \Omega'^{1/2}\mathbf{P}_{22} \end{array} \right] \mathbf{M} \quad (5.20)$$

Para determinar  $\mathbf{P}$ , é necessário solucionar o sistema de quatro equações matriciais:

$$\begin{cases} \mathbf{A}\Delta^{1/2} = \Delta'^{1/2}\mathbf{P}_{11} \\ \mathbf{AB}^t\Omega^{1/2} = \Delta'^{1/2}\mathbf{P}_{12} \\ -\mathbf{CB}\Delta^{1/2} = \Omega'^{1/2}\mathbf{P}_{21} \\ \mathbf{C}\Omega^{1/2} = \Omega'^{1/2}\mathbf{P}_{22} \end{cases} \quad (5.21)$$

O lado esquerdo do sistema (5.21) é formado por matrizes conhecidas, visto que os fatores de ponderação iniciais  $\Delta^{1/2}$  e  $\Omega^{1/2}$  são dados do problema e  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{C}$  são calculados por (5.3) e (5.15). O lado direito é formado por seis incógnitas matriciais. Portanto, o sistema de equações possui dois graus de liberdade. Seguindo a analogia com o caso escalar, são propostas as seguintes escolhas para os graus de liberdade:

1. A submatriz  $\mathbf{P}_{22}$  é escolhida como:

$$\mathbf{P}_{22} = \mathbf{I}_{2 \times 2} \quad (5.22)$$

o que implica em que, na transformação ortogonal em blocos  $\mathbf{P}$ , restam agora apenas três multiplicadores matriciais a serem determinados:  $\mathbf{P}_{11}$ ,  $\mathbf{P}_{12}$  e  $\mathbf{P}_{21}$ ;

2. Após a rotação em blocos, o elemento  $\mathbf{J}'_i$  é definido como uma matriz identidade de dimensão 2. Re-examinando (5.17), obtém-

se:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{J}_i & \mathbf{J}_{i+1} & \cdots & \mathbf{J}_l \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{K}_i & \mathbf{K}_{i+1} & \cdots & \mathbf{K}_l \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{J}'_i & \mathbf{J}'_{i+1} & \cdots & \mathbf{J}'_l \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}'_{i+1} & \cdots & \mathbf{K}'_l \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.23)$$

portanto,

$$\mathbf{P}_{11}\mathbf{J}_i + \mathbf{P}_{12}\mathbf{K}_i = \mathbf{I}_{2 \times 2} \quad (5.24)$$

Assumindo que o algoritmo é inicializado com  $\mathbf{J}_i = \mathbf{I}_{2 \times 2}$ , as rotações em blocos subsequentes não devem alterar este valor. Logo  $\mathbf{J}_i = \mathbf{J}'_i = \mathbf{I}_{2 \times 2}$  e a equação (5.24) pode ser reescrita como:

$$\mathbf{P}_{11} + \mathbf{P}_{12}\mathbf{K}_i = \mathbf{I}_{2 \times 2} \quad (5.25)$$

Solucionando o sistema de equações (5.21), sujeito à escolha dos graus de liberdade (5.22) e (5.25), resulta em:

$$\begin{cases} \Delta' = \Delta + \mathbf{K}_i^t \Omega \mathbf{K}_i \\ \mathbf{P}_{11} = \Delta'^{-1} \Delta \\ \mathbf{P}_{12} = \Delta'^{-1} \mathbf{K}_i^t \Omega \\ \Omega' = \Omega (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i \mathbf{P}_{12}) \\ \mathbf{P}_{21} = -\mathbf{K}_i \\ \mathbf{P}_{22} = \mathbf{I} \end{cases} \quad (5.26)$$

Na nova rotação rápida de Givens em blocos não é necessária a fatoração de Cholesky para determinar  $\mathbf{P}$ . Além disso, as matrizes  $\Delta$  e  $\Omega$  são apenas atualizadas e a decomposição  $\Delta^{1/2}$  e  $\Omega^{1/2}$  nunca é efetivamente calculada.

É relevante comparar o resultado em (5.26) com a forma escalar das rotações rápidas de Givens. Os elementos da matriz de rotação escalar rápida de Givens e as atualizações das ponderação são replicados abaixo:

$$\begin{cases} \delta' &= \delta + \omega k_i^2 \\ p_{11} &= \delta / \delta' \\ p_{12} &= k_i \omega / \delta' \\ \omega' &= \omega p_{11} = \omega(1 - k_i p_{12}) \\ p_{21} &= -k_i \\ p_{22} &= 1 \end{cases} \quad (5.27)$$

### 5.3 Solução via Rotações de Givens em Blocos

A solução do estimador de estados via rotações rápidas de Givens em blocos é semelhante àquela do estimador baseado na versão escalar. Entretanto, na versão em blocos as medidas são processadas aos pares e é possível considerar uma eventual correlação entre os erros.

Considere o problema de estimação de estados, linearizado em torno de um ponto  $\hat{\mathbf{x}}^k$ , que é solucionado a cada iteração conforme o desenvolvimento do capítulo anterior e replicado na equação abaixo:

$$\underset{\Delta \hat{\mathbf{x}}^k}{\text{Min}} J(\Delta \hat{\mathbf{x}}^k) = \frac{1}{2} [\Delta \check{\mathbf{z}}^k - \check{\mathbf{H}}(\hat{\mathbf{x}}^k) \Delta \hat{\mathbf{x}}^k]^t [\Delta \check{\mathbf{z}}^k - \check{\mathbf{H}}(\hat{\mathbf{x}}^k) \Delta \hat{\mathbf{x}}^k] \quad (5.28a)$$

$$= \frac{1}{2} \left\| \Delta \check{\mathbf{z}}^k - \check{\mathbf{H}}(\hat{\mathbf{x}}^k) \Delta \hat{\mathbf{x}}^k \right\|^2 \quad (5.28b)$$

onde  $\|\cdot\|$  é a função norma Euclidiana e

$$\begin{aligned} \check{\mathbf{H}}(\hat{\mathbf{x}}^k) &\triangleq \mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k) \\ \Delta \check{\mathbf{z}}^k &\triangleq \mathbf{R}^{-1/2} \Delta \mathbf{z}^k \end{aligned} \quad (5.29)$$

Sem perda de generalidade suponha que, em um dado momento do processamento sequencial de medidas, a matriz  $\check{\mathbf{H}}(\hat{\mathbf{x}}^k)$  tenha dimensão igual ao número de variáveis estados, ou seja  $n \times n$ , e portanto  $\Delta \check{\mathbf{z}}^k$  é um vetor  $n \times 1$ . Considere que os componentes de um par de medidas  $(z_i, z_j)$  a ser processado pelo estimador são representados pelo modelo de medição  $z_i = h_i(\mathbf{x}) + \varepsilon_i$  e  $z_j = h_j(\mathbf{x}) + \varepsilon_j$ , respectivamente. Considere também que este par de medidas possui matriz de covariância dada por:

$$E\{\varepsilon_i \varepsilon_j\} = \mathbf{R}_{i,j} = \begin{bmatrix} \sigma_i^2 & c_{i,j} \\ c_{j,i} & \sigma_j^2 \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

onde  $\sigma_i^2$  e  $\sigma_j^2$  são as variâncias próprias dos erros das medidas  $i$  e  $j$ , respectivamente, e  $c_{i,j}$  e  $c_{j,i}$  são as covariâncias entre os erros do par. As matrizes Jacobianas de  $h_i$  e  $h_j$  em torno do ponto  $\hat{\mathbf{x}}^k$  são dadas por  $\mathbf{h}_i(\hat{\mathbf{x}}^k)$  e  $\mathbf{h}_j(\hat{\mathbf{x}}^k)$ , ambas de dimensão  $1 \times n$ .

Considere que  $(z_i, z_j)$  é o próximo par de medidas a ser processado pelo estimador de estados. Nesta situação, a função objetivo (5.28b) é re-escrita como:

$$J(\Delta \hat{\mathbf{x}}^k) = \frac{1}{2} \left\| \begin{bmatrix} \Delta \check{\mathbf{z}}^k \\ \Delta \check{z}_i^k \\ \Delta \check{z}_j^k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \check{\mathbf{H}}(\hat{\mathbf{x}}^k) \\ \check{\mathbf{h}}_i(\hat{\mathbf{x}}^k) \\ \check{\mathbf{h}}_j(\hat{\mathbf{x}}^k) \end{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{x}}^k \right\|^2 \quad (5.31)$$

onde  $\Delta z_i^k = z_i - h_i(\hat{\mathbf{x}}^k)$ ,  $\Delta z_j^k = z_j - h_j(\hat{\mathbf{x}}^k)$  e o sinal  $\check{\phantom{x}}$  indica o escalonamento já definido na equação (5.29).

A norma Euclidiana em (5.31) é invariante à aplicação de transformações ortogonais. Uma nova transformação ortogonal  $\mathbf{T}$  é definida de modo que:

$$\mathbf{T} \begin{bmatrix} \Delta \check{\mathbf{z}}^k \\ \Delta \check{z}_i^k \\ \Delta \check{z}_j^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{c} \\ e_i \\ e_j \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

$$\mathbf{T} \begin{bmatrix} \check{\mathbf{H}}(\hat{\mathbf{x}}^k) \\ \check{\mathbf{h}}_i(\hat{\mathbf{x}}^k) \\ \check{\mathbf{h}}_j(\hat{\mathbf{x}}^k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

onde  $\mathbf{c}$  é um vetor  $n \times 1$ ,  $e_i$  e  $e_j$  são escalares,  $\mathbf{U}$  é uma matriz  $n \times n$  triangular superior e  $\mathbf{0}$  são vetores nulos  $1 \times n$ .

Aplicando a nova transformação ortogonal  $\mathbf{T}$  à função objetivo (5.31) resulta em:

$$\min_{\Delta \hat{\mathbf{x}}^k} J(\Delta \hat{\mathbf{x}}^k) = \frac{1}{2} \|\mathbf{c} - \mathbf{U} \Delta \hat{\mathbf{x}}^k\|^2 + \underbrace{e_i^2 + e_j^2}_{SQPR} \quad (5.33)$$



Após o par de medidas  $z_i$  e  $z_j$  ser processado, o vetor  $\Delta \hat{\mathbf{x}}^k$  que minimiza o subproblema (5.33) é obtido através da solução, por substituição reversa, do sistema triangular de equações:

$$\mathbf{U} \Delta \hat{\mathbf{x}}^k = \mathbf{c} \quad (5.34)$$

Da forma equivalente ao estimador baseado nas rotações de Givens escalares, a contribuição para a soma ponderada dos quadrados dos resíduos de medição pode ser calculada parcialmente, a cada processamento de um par de medidas.

A transformação ortogonal (5.32) é obtida mediante a aplicação de sucessivas rotações de Givens em blocos, de modo que:

$$\underbrace{[\mathbf{Q}_1] [\mathbf{Q}_2] \cdots [\mathbf{Q}_l]}_{\mathbf{T}} \begin{bmatrix} \check{\mathbf{H}}(\hat{\mathbf{x}}^k) & \Delta \mathbf{z}^k \\ \check{\mathbf{h}}_i(\hat{\mathbf{x}}^k) & \Delta z_i^k \\ \check{\mathbf{h}}_j(\hat{\mathbf{x}}^k) & \Delta z_j^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U} & \mathbf{c} \\ \mathbf{0} & e_i \\ \mathbf{0} & e_j \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Onde  $[\mathbf{Q}_k]$  é uma matriz de rotação de Givens em blocos, dada por:

$$[\mathbf{Q}_k] = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{2 \times 2} & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & \mathbf{I}_{2 \times 2} & & & \\ & & & \mathbf{A} & \mathbf{A}\mathbf{B}^t & \\ & & & -\mathbf{C}\mathbf{B} & \mathbf{C} & \\ & & & & & \mathbf{I}_{2 \times 2} \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & \mathbf{I}_{2 \times 2} \end{bmatrix}_{(n+2) \times (n+2)} \quad (5.36)$$

Retomando a representação não-escalorada das matrizes do problema decorrentes de (5.29), a equação (5.35) pode ser re-escrita como:

$$[\mathbf{Q}_l] \cdots [\mathbf{Q}_2] [\mathbf{Q}_1] \begin{bmatrix} \mathbf{R}^{-1/2} & \\ & \mathbf{R}_{i,j}^{-1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k) & \Delta \mathbf{z}^k \\ \mathbf{h}_i(\hat{\mathbf{x}}^k) & \Delta z_i^k \\ \mathbf{h}_j(\hat{\mathbf{x}}^k) & \Delta z_j^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U} & \mathbf{c} \\ \mathbf{0} & e_i \\ \mathbf{0} & e_j \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

A partir de (5.37) são definidas novas transformações ortogonais  $[\mathbf{P}_l]$ , ...,  $[\mathbf{P}_2]$ ,  $[\mathbf{P}_1]$  de acordo com o desenvolvimento da versão rápida das rotações de Givens em blocos, de modo que:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}'_{1/2} & \\ & \mathbf{W}'_{i,j} \end{bmatrix} [\mathbf{P}_l] \cdots [\mathbf{P}_2] [\mathbf{P}_1] \begin{bmatrix} \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k) & \Delta \mathbf{z}^k \\ \mathbf{h}_i(\hat{\mathbf{x}}^k) & \Delta z_i^k \\ \mathbf{h}_j(\hat{\mathbf{x}}^k) & \Delta z_j^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U} & \mathbf{c} \\ \mathbf{0} & e_i \\ \mathbf{0} & e_j \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

onde  $\mathbf{W}'_{i,j}$  é uma matriz  $2 \times 2$  e  $\mathbf{W}'_{1/2}$  é uma matriz bloco-diagonal de dimensão  $n \times n$ . Ambas são as ponderações atualizadas decorrentes das  $l$  rotações em blocos, conforme o desenvolvimento na equação (5.18). A estrutura de  $\mathbf{W}'_{1/2}$  é dada por:

$$\mathbf{W}'_{1/2} = \begin{bmatrix} W'_{1,1} & W'_{1,2} & & & & \\ W'_{2,1} & W'_{2,2} & & & & \\ & & W'_{3,3} & W'_{3,4} & & \\ & & W'_{4,3} & W'_{4,4} & & \\ & & & & \ddots & \ddots \\ & & & & & \ddots \end{bmatrix}^{1/2} \quad (5.39)$$

Aplicar as  $l$  rotações rápidas de Givens em blocos resulta em:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}'_{1/2} & \\ & \mathbf{W}'_{i,j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{U}} & \bar{\mathbf{c}} \\ \mathbf{0} & 1 \\ \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U} & \mathbf{c} \\ \mathbf{0} & e_i \\ \mathbf{0} & e_j \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

onde  $\bar{\mathbf{U}}$  é uma matriz  $n \times n$  triangular superior *unitária* (isto é, cuja diagonal é formada por elementos iguais a 1) e  $\bar{\mathbf{c}}$  é um vetor  $n \times 1$ . Examinando a equação (5.40), tem-se que:

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= \mathbf{W}'_{1/2} \bar{\mathbf{U}} \\ \mathbf{c} &= \mathbf{W}'_{1/2} \bar{\mathbf{c}} \end{aligned} \quad (5.41)$$

Substituindo (5.41) em (5.34), o incremento  $\Delta \hat{\mathbf{x}}^k$  do valor estimado para variáveis de estado na  $k$ -ésima iteração é obtido resolvendo-se por substituição reversa o sistema triangular:

$$\bar{\mathbf{U}} \Delta \hat{\mathbf{x}}^k = \bar{\mathbf{c}} \quad (5.42)$$

## 5.4 Algoritmo

O algoritmo numérico de solução do estimador de estados baseado nas rotações rápidas de Givens em blocos é análogo a versão escalar descrita no capítulo anterior. A cada iteração, uma matriz  $(n + 2)$  identidade particionada é inicializada em conjunto com uma matriz nula, também de dimensão  $(n + 2)$ . A Figura 5.1 apresenta a regra de formação das matrizes do problema.

$$\left[ \begin{array}{c} \mathbf{W}_1^0 \\ \mathbf{W}_2^0 \\ \mathbf{W}_3^0 \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{array} \right] \times \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & & & 0 & 0 \\ 0 & 1 & & & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & & 0 \\ & & 0 & 1 & & 0 \\ & & & & \ddots & \vdots \\ & & & & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Figura 5.1 – Inicialização de matrizes. O sobrescrito 0 indica valor inicial.

Portanto, antes que qualquer medida seja processada na  $k$ -ésima iteração, tem-se:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{U}}^0 &= \mathbf{I}_{n \times n} \\ \bar{\mathbf{c}}^0 &= \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{W}_i^0 &= \mathbf{0}_{2 \times 2} ; \quad i : 1 \cdots (n/2 + 1) \end{aligned} \tag{5.43}$$

No método ortogonal em blocos, as medidas são processadas aos pares. Para cada par de medidas (genericamente representado pelas medidas  $i$  e  $j$ ), a matriz  $[\mathbf{h}_i^t(\hat{\mathbf{x}}^k) \mid \mathbf{h}_j^t(\hat{\mathbf{x}}^k)]^t$  aumentada por  $[\Delta z_i^k \mid \Delta z_j^k]^t$  é bloco-rotacionada com cada par de linhas de  $[\bar{\mathbf{U}} \mid \bar{\mathbf{c}}]$  até que todos os seus elementos tenham sido anulados. A cada nova rotação em blocos, uma submatriz  $2 \times 2$  é zerada, ao passo que os demais elementos da matriz sendo rotacionada e do par de linhas de  $[\bar{\mathbf{U}} \mid \bar{\mathbf{c}}]$  correspondente, são atualizados.

Na última rotação, a soma ponderada do quadrado dos resíduos é atualizada com a contribuição do par de medidas. Na Figura 5.2 é apresentado um esquema onde um conjunto de rotações rápidas de

Givens em blocos é aplicado às matrizes Jacobianas aumentadas de um par de medidas, de modo a anular todos os seus elementos.

$$\mathbf{R}_{i,j}^{-1} \times \begin{bmatrix} \mathbf{h}_i(\hat{\mathbf{x}}^k) & \Delta z_i^k & 0 \\ \mathbf{h}_j(\hat{\mathbf{x}}^k) & \Delta z_j^k & 0 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ & \bullet & \bullet \\ & \bullet & \bullet \\ & & \square & \square \\ & & \square & \square \\ & & & \ddots \\ & & & & \square & 0 \\ & & & & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 0 \\ 0 & 1 & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 0 \\ & & 1 & 0 & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 0 \\ & & 0 & 1 & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 0 \\ & & & & 1 & 0 & \bullet & \bullet & 0 \\ & & & & 0 & 1 & \bullet & \bullet & 0 \\ & & & & & & \square & \square & 0 \\ & & & & & & \square & \square & 0 \\ & & & & & & \square & \square & 0 \\ & & & & & & \vdots & \vdots & \vdots \\ & & & & & & & 1 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{i,j}^{-1} \times \begin{bmatrix} \mathbf{h}_i(\hat{\mathbf{x}}^k) & \Delta z_i^k & 0 \\ \mathbf{h}_j(\hat{\mathbf{x}}^k) & \Delta z_j^k & 0 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 0 \end{bmatrix}$$

Figura 5.2 – Rotações rápidas de Givens em blocos. Os círculos indicam elementos atualizados, enquanto os quadrados indicam rotações subsequentes.

Assim como na versão escalar, o estimador em blocos também possui a propriedade de poder incorporar informação *a priori* sem custo computacional adicional. Os elementos diagonais de  $\mathbf{W}$  podem ser vistos como pesos atribuídos a cada par de variáveis de estado antes que qualquer medida seja processada. Adicionalmente, devido à sua estrutura em blocos, a versão desenvolvida neste capítulo é capaz de considerar eventuais correlações *a priori* entre os erros de duas variáveis de estado. A inicialização das matrizes  $\mathbf{W}_j^0$ ,  $j : 1 \dots (n/2)$  corresponde ao peso da informação *a priori* disponível sobre dois estados  $l$  e  $m$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{W}_j^0 = \mathbf{R}_{l,m}^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_l^2 & c_{l,m} \\ c_{m,l} & \sigma_m^2 \end{bmatrix}^{-1} \quad \text{se houver correlação;} \\ \mathbf{W}_j^0 = \mathbf{R}_{l,m}^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_l^2 & 0 \\ 0 & \sigma_m^2 \end{bmatrix}^{-1} \quad \text{se não houver correlação.} \end{array} \right. \quad (5.44)$$

onde  $\sigma_{l(ou\ m)}^2$  é a variância da informação *a priori* sobre a variável de estado  $l$  (ou  $m$ ), e  $c_{m,l}$  (ou  $c_{m,l}$ ) são as respectivas covariâncias.

Se nenhuma informação *a priori* é considerada, então  $\mathbf{W}_j^0 =$

$\mathbf{0}_{2 \times 2}$ ,  $j : 1 \cdots (n/2)$  e a inicialização das variáveis segue a equação (5.43). Se, ao contrário, existe alguma informação prévia sobre os estados, as variáveis do método são inicializadas da seguinte forma:

- $\mathbf{W}_j^0$ ,  $j : 1 \cdots (n/2)$ , conforme a equação (5.44);
- O vetor  $\bar{\mathbf{c}}$  conterà a informação *a priori* disponível, ou seja,

$$\bar{\mathbf{c}}^0 = \tilde{\mathbf{x}}. \quad (5.45)$$

Seguindo a notação do capítulo 4,  $\tilde{\mathbf{x}}$  é o vetor de informação *a priori* sobre as variáveis de estado.

Na Figura 5.3 é apresentado um fluxograma das principais etapas da solução do estimador de estados através do método sequencial ortogonal baseado nas rotações rápidas de Givens em blocos.

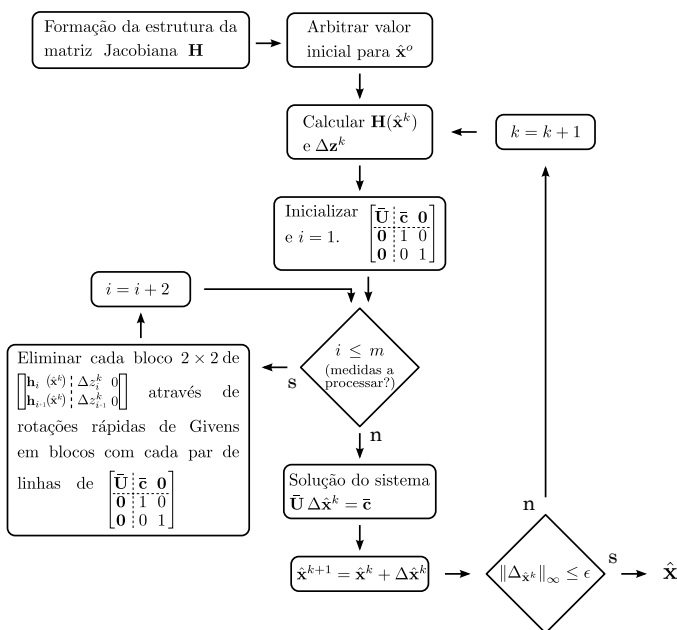


Figura 5.3 – Fluxograma do método sequencial ortogonal baseado nas rotações rápidas de Givens em blocos.

## 5.5 Conclusão

Neste capítulo é apresentado o principal desenvolvimento desta dissertação. O estimador de estados ortogonal baseado nas rotações de Givens em blocos é uma generalização do estimador baseado nas rotações de Givens escalares. Na versão em blocos, as medidas são processadas aos pares e é possível considerar uma eventual correlação entre os erros de medição do par. Adicionalmente, o método preserva a robustez numérica superior que caracteriza os métodos ortogonais e permite incorporar informações *a priori*, sem nenhum custo computacional adicional.

O estimador ortogonal em blocos foi desenvolvido especialmente para a estratégia em dois estágios para a inclusão de medidas fasoriais na estimação de estados. No capítulo seguinte são apresentados todos os aspectos matemáticos desta estratégia e utilização do método proposto na solução do problema.

## 6 ESTRATÉGIA EM DOIS ESTÁGIOS PARA INCLUSÃO DE MEDIDAS FASORIAIS NA EESP

### 6.1 Introdução

Tradicionalmente, o estimador de estados processa medidas provenientes do Sistema de Supervisão e Aquisição de Dados (SCADA). Essas medidas são obtidas a taxas da ordem de uma amostra a cada 5 segundos, através da varredura sequencial de unidades terminais remotas (UTRs) instaladas nas subestações. As medidas obtidas nas UTRs são enviadas ao centro de operação do sistema, onde são processadas pelo estimador.

Recentemente, com o desenvolvimento das Unidades de Medição Fasorial sincronizadas (PMUs - *Phasor Measurement Units*) tornou-se possível a medição direta de *fasores* de tensão nas barras e *fasores* de corrente nas linhas dos sistemas de potência. Essas medidas tendem a ser mais precisas que aquelas obtidas com o sistema SCADA e, além disso, são disponibilizadas a taxas bastante elevadas, da ordem de até centenas de fasores por segundo. Estudos recentes indicam que a inclusão das medidas fasoriais na estimação de estados é capaz de melhorar a qualidade geral das estimativas [55], aprimorar a detecção de erros grosseiros [56] e complementar a observabilidade do sistema [57].

Embora as medidas fasoriais representem um considerável avanço em termos de medição de grandezas elétricas, é pouco provável que elas venham a substituir totalmente as medidas tradicionais do sistema SCADA no curto e no médio prazo, uma vez que isto implicaria na substituição de toda a infraestrutura de aquisição de dados já existente nas empresas do setor elétrico. Uma perspectiva mais realista é que as medidas fasoriais sejam incorporadas gradualmente aos planos de medição. Nesse cenário, torna-se necessário o desenvolvimento de algoritmos capazes de processar esses dois conjuntos de medidas, de origem e características distintas.

Diversos esforços foram feitos no sentido de criar um algoritmo único para processar medidas fasoriais e medidas provenientes do sistema SCADA tais como, por exemplo, [55] e [58]. Entretanto, do ponto de vista prático, isso implicaria na substituição do software dos sistemas de gerenciamento de energia (EMS - Energy Management Systems). Uma alternativa para esta questão é a inclusão de um módulo adicional (segundo estágio), acoplado à saída do estimador tradicional (primeiro estágio). Este segundo módulo recebe o resultado do estima-

dor tradicional e o conjunto de medidas fasoriais, processando-os em uma etapa de pós-processamento.

A abordagem em dois estágios traz uma série de vantagens, uma vez que toda a infraestrutura de software e aquisição de dados do EMS se mantém inalterada. Outro aspecto computacional importante a ser explorado no segundo estágio é o fato de que nele são processadas apenas grandezas de tensão e corrente complexas. Na prática, essas grandezas são obtidas em coordenadas polares. Porém, se transformadas para coordenadas retangulares, a relação entre elas e os estados se torna linear. Por outro lado, uma consequência desta transformação é que os erros de medição, supostos não correlacionados na forma polar, perdem essa propriedade na forma retangular. Esforços anteriores de tratar este problema recorrem a fortes simplificações [59], ou na utilização de métodos pouco robustos numericamente [60].

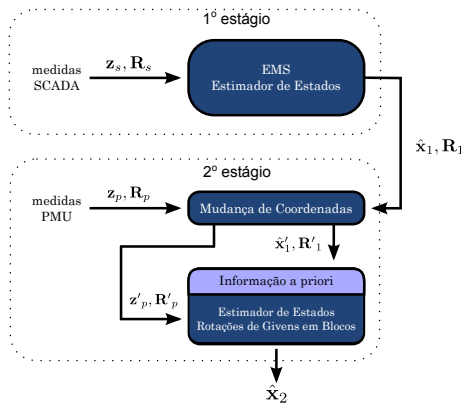


Figura 6.1 – Estratégia de estimação em dois estágios

A arquitetura de estimação de estados utilizada nesta dissertação é apresentada na Figura 6.1. Os dois estágios da estratégia de estimação de estados são definidos da seguinte forma:

1. *Primeiro estágio:* Consiste de um estimador de estados que processa apenas medidas provenientes do sistema SCADA. Nenhuma restrição é imposta ao seu algoritmo de solução. As saídas deste estágio são: o vetor de estados estimados  $\hat{\mathbf{x}}_1$  e a respectiva matriz de covariância dos erros de estimação  $\mathbf{R}_1$ . Esta última é normalmente uma matriz cheia e representa as incertezas associadas às estimativas  $\hat{\mathbf{x}}_1$ .



2. *Segundo estágio:* Consiste de um estimador de estados que processa apenas medidas fasoriais e incorpora os resultados do primeiro estágio.

O segundo estágio é formulado em coordenadas retangulares, o que torna o modelo de medição linear [60]. É importante reforçar que não se trata de uma linearização; o que ocorre é que a formulação de um estimador de estados que processa apenas medidas fasoriais em coordenadas retangulares é linear. Este resultado traz vantagens óbvias, uma vez que não é necessário recorrer a métodos iterativos de solução. Em contrapartida, a transformação de coordenadas altera as propriedades estatísticas do problema, correlacionando os erros da parte real e imaginária das medidas transformadas.

O resultado do segundo estágio é a estimativa final  $\hat{\mathbf{x}}_2$ , que combina, em etapas distintas, as medidas SCADA e fasoriais. O método proposto não impõe nenhuma restrição a respeito da observabilidade do plano de medição com respeito exclusivamente às medidas fasoriais, desde que a rede elétrica seja observável com relação às medidas SCADA.

Embora a estratégia de estimação utilizada siga, em linhas gerais, os procedimentos apresentados em [59] e [60], duas contribuições aprimoraram o segundo estágio:

1. O estimador do segundo estágio é formulado em coordenadas retangulares, de modo que o modelo de medição resultante se torna *linear* [60]. Como consequência desta transformação, as estimativas são obtidas por processo direto, sem a necessidade de métodos iterativos;
2. Utiliza-se o estimador de estados ortogonal baseado nas rotações rápidas de Givens em blocos, descrito no Capítulo 5. Esta versão das rotações de Givens permite processar medidas aos pares e considera a correlação entre os erros de medição. Desta forma, evita-se degradar a qualidade e as propriedades estatísticas dos estados estimados. Adicionalmente, o método preserva a robustez numérica superior que caracteriza os métodos ortogonais e permite incorporar os resultados do primeiro estágio na forma de informação *a priori*, sem nenhum custo computacional adicional.

## 6.2 Implementação do Segundo Estágio

Considere um sistema elétrico com parâmetros conhecidos, formado por  $N$  barras, e portanto  $n = 2N$  estados (incluindo o ângulo da barra de referência), representados no vetor  $\mathbf{x}$  de dimensão  $n \times 1$ . Um conjunto de  $M$  medidas fasoriais sincronizadas referenciadas a um mesmo instante de tempo é obtido de modo que  $\mathbf{z}_p$  é o vetor  $m \times 1$  de fasores de tensão e corrente *em coordenadas polares* ( $m = 2M$ , uma vez que cada fasor é composto de magnitude e ângulo). O modelo de medição do segundo estágio é expresso por:

$$\mathbf{z}_p = \mathbf{h}_p(\mathbf{x}) + \varepsilon_p \quad (6.1)$$

onde  $\mathbf{h}_p$  é um vetor  $m \times 1$  de funções não lineares e  $\varepsilon_p$  é o vetor  $m \times 1$  dos erros de medição. Os erros das medidas fasoriais são considerados variáveis aleatórias com distribuição normal (Gaussiana) e média zero:

$$E\{\varepsilon_p\} = 0 \quad (6.2)$$

Adicionalmente, os erros  $\varepsilon_p$  são supostos não-correlacionados e a variância do  $i$ -ésimo elemento é dada por  $\sigma_i^2$ . Sob estas condições, a matriz de covariância dos erros de medição é diagonal e dada por:

$$E\{\varepsilon_p \varepsilon_p^t\} = \mathbf{R}_p = \text{diag}\{\sigma_1^2, \dots, \sigma_m^2\} \quad (6.3)$$

O segundo estágio incorpora o resultado do primeiro estágio. Este consiste do vetor  $n \times 1$  de estados estimados  $\hat{\mathbf{x}}_1$  e da matriz  $n \times n$  de covariância dos erros de estimação  $\mathbf{R}_1$ . Esta é uma matriz normalmente cheia, calculada por:

$$\text{Cov}(\hat{\mathbf{x}}_1) = \mathbf{R}_1 = (\mathbf{H}_s(\hat{\mathbf{x}}_1)^t \mathbf{R}_s^{-1} \mathbf{H}_s(\hat{\mathbf{x}}_1))^{-1} \quad (6.4)$$

onde  $\mathbf{R}_s$  é a matriz de covariância dos erros das medidas SCADA do primeiro estágio e  $\mathbf{H}_s()$  é a matriz Jacobiana do conjunto de funções não-lineares que relacionam as medidas SCADA às variáveis de estado.

### 6.2.1 Transformação de Coordenadas e Propriedades Estatísticas

O segundo estágio é formulado em coordenadas retangulares. Para tal, é necessário que as medidas fasoriais e as informações *a priori* sejam convertidas para esta forma de representação.

Considere uma variável aleatória  $r\angle\phi$  em coordenadas polares:

$$r = r_0 + \varepsilon_r \quad (6.5a)$$

$$\phi = \phi_0 + \varepsilon_\phi \quad (6.5b)$$

onde  $r_0$  e  $\phi_0$  são os valores verdadeiros. Os erros  $\varepsilon_r$  e  $\varepsilon_\phi$  são supostos não-correlacionados, com média zero e respectivas variâncias dadas por  $\sigma_r^2$  e  $\sigma_\phi^2$ .

Convertendo  $r\angle\phi$  para coordenadas retangulares resulta em  $x + jy$ , onde,

$$x = r \cos(\phi) \quad (6.6a)$$

$$y = r \sin(\phi) \quad (6.6b)$$

Substituindo (6.5) em (6.6):

$$x = x_0 + \varepsilon_x = (r_0 + \varepsilon_r) \cos(\phi_0 + \varepsilon_\phi) \quad (6.7a)$$

$$y = y_0 + \varepsilon_y = (r_0 + \varepsilon_r) \sin(\phi_0 + \varepsilon_\phi) \quad (6.7b)$$

onde  $x_0$  e  $y_0$  são os valores verdadeiros em coordenadas retangulares.

Os erros  $\varepsilon_x$  e  $\varepsilon_y$  podem ser obtidos expandindo (6.7) em série de Taylor, e são dados por [61]:

$$\varepsilon_x = r_0 \cos(\phi_0) [\cos(\varepsilon_\phi) - 1] - \varepsilon_r \sin(\phi_0) \sin(\varepsilon_\phi) \quad (6.8a)$$

$$- r_0 \sin(\phi_0) \sin(\varepsilon_\phi) + \varepsilon_r \cos(\phi_0) \cos(\varepsilon_\phi)$$

$$\varepsilon_y = r_0 \sin(\phi_0) [\cos(\varepsilon_\phi) - 1] + \varepsilon_r \cos(\phi_0) \sin(\varepsilon_\phi) \quad (6.8b)$$

$$+ r_0 \cos(\phi_0) \sin(\varepsilon_\phi) + \varepsilon_r \sin(\phi_0) \cos(\varepsilon_\phi)$$

A partir da expressão explícita do erro da variável aleatória convertida, são calculadas a média, a variância e as covariâncias [61]:

$$E\{\varepsilon_x\} = r_0 \cos(\phi_0) [e^{-\sigma_\phi^2/2} - 1] \quad (6.9a)$$

$$E\{\varepsilon_y\} = r_0 \sin(\phi_0) [e^{-\sigma_\phi^2/2} - 1] \quad (6.9b)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 = E\{\varepsilon_x^2\} = & r_0^2 e^{-\sigma_\phi^2} [\cos^2(\phi_0) [\cosh(\sigma_\phi^2) - 1] + \sin^2(\phi_0) \\ & \sinh(\sigma_\phi^2)] + \sigma_r^2 e^{-\sigma_\phi^2} [\cos^2(\phi_0) \cosh(\sigma_\phi^2) \\ & + \sin^2(\phi_0) \sinh(\sigma_\phi^2)] \end{aligned} \quad (6.10a)$$

$$\begin{aligned}\sigma_y^2 = E\{\varepsilon_y^2\} = & r_0^2 e^{-\sigma_\phi^2} [\text{sen}^2(\phi_0) [\cosh(\sigma_\phi^2) - 1] + \cos^2(\phi_0) \\ & \sinh(\sigma_\phi^2)] + \sigma_r^2 e^{-\sigma_\phi^2} [\text{sen}^2(\phi_0) \cosh(\sigma_\phi^2) \\ & + \cos^2(\phi_0) \sinh(\sigma_\phi^2)]\end{aligned}\quad (6.10b)$$

$$c_{x,y} = c_{y,x} = \text{sen}(\phi_0) \cos(\phi_0) e^{-2\sigma_\phi^2} [\sigma_r^2 + r_0^2 [1 - e^{\sigma_\phi^2}]] \quad (6.10c)$$

Duas conclusões importantes podem ser obtidas das expressões acima: (1) os erros da variável aleatória em coordenadas retangulares não têm média zero, e (2) a média dos erros, as variâncias e as co-variâncias dependem do conhecimento do valor verdadeiro  $r_0$  e  $\phi_0$ , que no caso de medidas, estão obviamente indisponíveis.

Uma alternativa à utilização das expressões explícitas (6.9) e (6.10) é expandir a transformação (6.6) em série de Taylor e desconsiderar os termos de ordem superior. Com esta linearização, os erros da parte real e imaginária da variável em coordenadas retangulares são dados por [61]:

$$\varepsilon_x^L = \varepsilon_r \cos(\phi_0) - \varepsilon_\phi r_0 \text{sen}(\phi_0) \quad (6.11a)$$

$$\varepsilon_y^L = \varepsilon_r \text{sen}(\phi_0) + \varepsilon_\phi r_0 \cos(\phi_0) \quad (6.11b)$$

Sobre as propriedades estatísticas da versão linearizada da transformação (6.6), tem-se que:

$$E\{\varepsilon_x^L\} = 0 \quad (6.12a)$$

$$E\{\varepsilon_y^L\} = 0 \quad (6.12b)$$

$$\sigma_{x^L}^2 = r_0^2 \sigma_\phi^2 \text{sen}^2(\phi_0) + \sigma_r^2 \cos^2(\phi_0) \quad (6.13a)$$

$$\sigma_{y^L}^2 = r_0^2 \sigma_\phi^2 \cos^2(\phi_0) + \sigma_r^2 \text{sen}^2(\phi_0) \quad (6.13b)$$

$$c_{x^L, y^L} = c_{y^L, x^L} = [\sigma_r^2 - r_0^2 \sigma_\phi^2] \text{sen}(\phi_0) \cos(\phi_0) \quad (6.13c)$$

Os erros (6.11) tem média zero (apesar de a transformação (6.6) ser tendenciosa) e a expressão aproximada para as variâncias e co-variâncias ainda dependem do valor verdadeiro de  $r$  e  $\phi$ . Na prática, a suposição de média zero da transformação de coordenadas e a substituição direta dos valores medidos no lugar dos valores verdadeiros nas expressões em (6.13) levam a aproximações satisfatórias, caso o erro  $\varepsilon_\phi$

de ângulo seja pequeno [61,62]. A qualidade desta aproximação é gradativamente deteriorada à medida que o produto  $r\varepsilon_\phi$  aumenta [61,62].

As variâncias e covariâncias em (6.13), calculadas como função dos valores medidos, podem ser obtidas diretamente através do produto de matrizes:

$$\mathbf{R}' = \mathbf{M} \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\phi^2 \end{bmatrix} \mathbf{M}^t = \begin{bmatrix} \sigma_{x^L}^2 & c_{x^L, y^L} \\ c_{y^L, x^L} & \sigma_{y^L}^2 \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

onde  $\mathbf{R}'$  é a matriz de covariância dos erros linearizados em coordenadas retangulares e  $\mathbf{M}(r, \phi)$  é a matriz que relaciona os componentes incrementais polares e retangulares, definida como:

$$\mathbf{M}(r, \phi) \triangleq \begin{bmatrix} \partial x / \partial r & \partial x / \partial \phi \\ \partial y / \partial r & \partial y / \partial \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -r \sin(\phi) \\ \sin(\phi) & r \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

Em [61], ainda é proposta uma correção para o *bias* na média dos erros das variáveis transformadas. A nova transformação não tendenciosa é dada por:

$$x = r \cos(\phi) - \mu_x \quad (6.16a)$$

$$y = r \sin(\phi) - \mu_y \quad (6.16b)$$

onde,

$$\mu_x = r \cos(\phi) [e^{-\sigma_\phi^2} - e^{-\sigma_\phi^2/2}] \quad (6.17a)$$

$$\mu_y = r \sin(\phi) [e^{-\sigma_\phi^2} - e^{-\sigma_\phi^2/2}] \quad (6.17b)$$

### 6.2.2 Formulação do Estimador de Estados

Considere que a transformação (6.6) é aplicada ao vetor de medidas fasoriais  $\mathbf{z}_p$  e ao vetor de informações *a priori*  $\hat{\mathbf{x}}_1$ , resultando em  $\mathbf{z}'_p$  e  $\hat{\mathbf{x}}'_1$ , respectivamente. Adicionalmente, as matrizes de covariâncias  $\mathbf{R}_p$  e  $\mathbf{R}_1$  correspondentes são convertidas de acordo com a equação (6.14), resultando em  $\mathbf{R}'_p$  e  $\mathbf{R}'_1$ . Uma modificação significativa na matriz  $\mathbf{R}'_p$  resulta da transformação para sistema retangular, uma vez que sua estrutura se torna bloco-diagonal;

$$\mathbf{R}'_p = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & c_{12} & & & & \\ c_{21} & \sigma_2^2 & & & & \\ & & \sigma_3^2 & c_{34} & & \\ & & c_{43} & \sigma_4^2 & & \\ & & & & \ddots & \ddots \\ & & & & \ddots & \ddots \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

Esta propriedade estrutural também se aplica à matriz  $\mathbf{R}'_1$ . A matriz  $\mathbf{R}_1$  (antes da transformação) é  $n \times n$  cheia, entretanto a transformação (6.6), que resulta na variável aleatória  $x_1 + jy_1$  (por exemplo), é função de apenas dois elementos, ou seja, a magnitude e o ângulo da mesma variável em coordenadas polares ( $r_1 \angle \phi_1$ ). Desse modo, não é possível determinar a relação incremental (*ver eq. (6.15)*) entre  $x_1 + jy_1$  e uma outra variável qualquer em coordenadas polares ( $r_2 \angle \phi_2$ , por exemplo). Posta esta limitação, é razoável negligenciar a correlação entre os erros de estimação da tensão complexa entre barras distintas, já que estes não podem ser transformados pelo mecanismo da equação (6.14).

Sem perda de generalidade, suponha que o vetor  $\mathbf{z}'_p$  contém duas medidas  $\vec{V}_k$  e  $\vec{I}_{km}$ , correspondentes respectivamente a um fasor tensão de sequência positiva medido na barra  $k$  e a um fasor corrente medido na mesma barra, referente à corrente de sequência positiva que flui no ramo que interliga a barra  $k$  à barra  $m$ .

Considere que o ramo interligando as barras  $k$  e  $m$  é representado pelo modelo  $\pi$ , onde  $r_{km}$  é a resistência série,  $x_{km}$  é a reatância série e  $b_{km0}$  é a susceptância shunt na barra  $k$ . A impedância série entre as barras é dada por:

$$z_{km} = r_{km} + jx_{km} \quad (6.19)$$

e a admitância série,

$$y_{km} = g_{km} + j b_{km} = z_{km}^{-1} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} - j \frac{x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (6.20)$$

O modelo de medição restrito aos fasores  $\vec{V}_k$  e  $\vec{I}_{km}$  é dado por:

$$\begin{bmatrix} V_k^r \\ V_k^i \\ I_{km}^r \\ I_{km}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{1} & & & \\ & \boxed{1} & & \\ & g_{km} & \boxed{(b_{km} - b_{k0})} & -g_{km} \\ & \boxed{(b_{km} + b_{k0})} & g_{km} & -b_{km} \\ & & -b_{km} & -g_{km} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k^r \\ x_k^i \\ x_m^r \\ x_m^i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

$$= \mathbf{H}_p' \mathbf{x} + \varepsilon_p'$$

onde  $\mathbf{H}_p'$  é a matriz de observação (ou Jacobiana) das medidas fasoriais e os sobrescritos  $r$  e  $i$  indicam a parte real e imaginária, respectivamente.

Uma conclusão importante obtida da equação (6.21) é que o modelo de medição em coordenadas retangulares é linear. A linearidade também se aplica à informação *a priori*, uma vez que  $\hat{\mathbf{x}}_1'$  se relaciona com as variáveis de estado da mesma forma que medidas fasoriais de tensão. Adicionalmente, quando os estados e as medidas são ordenados como na equação (6.21), uma estrutura em blocos  $2 \times 2$  é formada nas matrizes  $\mathbf{H}_p'$  e  $\mathbf{R}_p'$ .

O estimador de estados em coordenadas retangulares do segundo estágio, considerando a informação *a priori*, pode ser formulado como um problema de mínimos quadrados ponderados:

$$\begin{aligned} \text{Min } J(\hat{\mathbf{x}}_2) = & \frac{1}{2} (\mathbf{z}_p' - \mathbf{H}_p' \hat{\mathbf{x}}_2)^t \mathbf{R}_p'^{-1} (\mathbf{z}_p' - \mathbf{H}_p' \hat{\mathbf{x}}_2) + \\ & \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{x}}_1' - \hat{\mathbf{x}}_2)^t \mathbf{R}_1'^{-1} (\hat{\mathbf{x}}_1' - \hat{\mathbf{x}}_2) \end{aligned} \quad (6.22)$$

### 6.3 Solução via Método Ortogonal Baseado nas Rotações Rápidas de Givens em Blocos

O método ortogonal baseado nas rotações rápidas de Givens em blocos foi concebido inicialmente com o propósito específico de solucionar o estimador de estados do segundo estágio, cujas matrizes tem estrutura em blocos  $2 \times 2$ . Entretanto, a descrição deste estimador foi feita no Capítulo 5 de forma genérica, considerando uma solução iterativa. Desse modo, não há nenhum impedimento quanto à utilização do método proposto em qualquer outra classe de problemas de mínimos quadrados ponderados com características semelhantes às do estimador do segundo estágio. A única diferença da solução proposta nesta seção em relação à descrição do Capítulo 5 é que as estimativas são obtidas em uma única iteração linear.

Os resultados do primeiro estágio são incorporados ao segundo na forma de informação *a priori* pela simples inicialização das variáveis do algoritmo. As variáveis são inicializadas da seguinte forma (*ver Capítulo 5*):

- Matriz de ponderação:

$$\mathbf{W}_j^0 = \left( \mathbf{R}'_{1(l,m)} \right)^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_l^2 & c_{l,m} \\ c_{m,l} & \sigma_m^2 \end{bmatrix}^{-1} \quad j : 1 \cdots (n/2), \quad (6.23)$$

onde  $l$  e  $m$  são as variáveis de estado correspondentes à parte real e imaginária da tensão complexa na  $j$ -ésima barra,  $\sigma_{l(ou m)}^2$  é a variância do erro da estimativa *a priori* sobre a variável de estado  $l(ou m)$ , e  $c_{m,l}$  (ou  $c_{m,l}$ ) são as respectivas covariâncias.

- O vetor  $\bar{\mathbf{c}}$  conterà as estimativas do primeiro estágio, ou seja,

$$\bar{\mathbf{c}} = \hat{\mathbf{x}}_1' \quad (6.24)$$

Todas as considerações já feitas em relação às vantagens do método ortogonal em blocos continuam válidas, ou seja: (1) possui a robustez numérica superior que caracteriza os métodos ortogonais; (2) é capaz de considerar informação *a priori* pela simples inicialização de variáveis; (3) considera a correlação entre os erros da parte real e imaginária de medidas fasoriais (e informação *a priori*) em coordenadas retangulares; (4) as medidas são processadas sequencialmente aos



pares, e (5) a soma ponderada dos quadrados dos resíduos é atualizada sequencialmente.

Na Figura 6.2 é apresentado um fluxograma da solução do segundo estágio linear via método sequencial ortogonal baseado nas rotações rápidas de Givens em blocos.

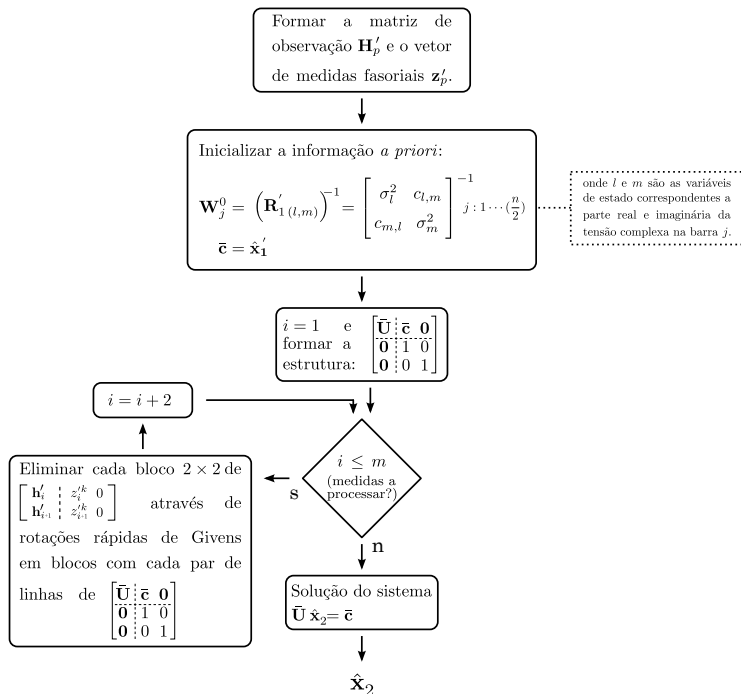


Figura 6.2 – Fluxograma da solução do segundo estágio linear via método sequencial ortogonal baseado nas rotações rápidas de Givens em blocos.

## 6.4 Solução via Método da Equação Normal com Ponderação em Blocos

A solução do problema do segundo estágio via método da equação normal com ponderação em blocos pode ser implementada de duas formas. Na primeira, o resultado do primeiro estágio é levado em conta sob a forma de pseudomedidas e na segunda recorre-se ao conceito de informação a priori.

### 6.4.1 Resultados do Primeiro Estágio Considerados como Pseudomedidas

Considere o vetor de medidas aumentado  $\mathbf{z}'$ , formado pelas medidas fasoriais e pelas estimativas do primeiro estágio:

$$\mathbf{z}' = \begin{bmatrix} \mathbf{z}'_p \\ \hat{\mathbf{x}}'_1 \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

A matriz de observação aumentada e a matriz de covariância, também aumentada, são dadas por:

$$\mathbf{H}' = \begin{bmatrix} \mathbf{H}'_p \\ \mathbf{I}_{n \times n} \end{bmatrix} \quad (6.26) \quad \mathbf{R}' = \begin{bmatrix} \mathbf{R}'_p & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}'_1 \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

onde  $\mathbf{I}_{n \times n}$  é uma matriz identidade de dimensão  $n$ .

Logo, o problema (6.22) pode ser reescrito como:

$$\text{Min } J(\hat{\mathbf{x}}_2) = \frac{1}{2} (\mathbf{z}' - \mathbf{H}' \hat{\mathbf{x}}_2)^t \mathbf{R}'^{-1} (\mathbf{z}' - \mathbf{H}' \hat{\mathbf{x}}_2) \quad (6.28)$$

As estimativas são obtidas de forma direta (sem a necessidade de processo iterativo), através da solução da equação normal:

$$\underbrace{\mathbf{H}'^t \mathbf{R}'^{-1} \mathbf{H}'}_{\mathbf{G}} \hat{\mathbf{x}}_2 = \underbrace{\mathbf{H}'^t \mathbf{R}'^{-1} \mathbf{z}'}_{-\mathbf{g}} \quad (6.29)$$

### 6.4.2 Resultados do Primeiro Estágio Considerados com Informação A Priori

A segunda alternativa de solução via método da equação normal consiste em considerar o problema original (6.22), cujo termo referente à informação *a priori* implica na forma estendida da equação normal [53]:

$$\underbrace{(\mathbf{H}'_p{}^t \mathbf{R}'_p{}^{-1} \mathbf{H}'_p + \mathbf{R}'_1{}^{-1})}_{\mathbf{G}} \hat{\mathbf{x}}_2 = \underbrace{\mathbf{H}'_p{}^t \mathbf{R}'_p{}^{-1} \mathbf{z}'_p + \mathbf{R}'_1{}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_1}_{-\mathbf{g}} \quad (6.30)$$

É mais uma vez oportuno ressaltar que as matrizes  $\mathbf{R}'_p$  e  $\mathbf{R}'_1$  são blocodiagonais.

A vantagem da solução do segundo estágio através do método da equação normal com ponderação em blocos é que, assim como no método de Givens em blocos, é possível considerar a correlação entre os erros da parte real e imaginária de medidas fasoriais e da informação *a priori*. Por outro lado, por utilizar produtos do tipo  $\mathbf{H}^t \mathbf{H}$ , esta abordagem é sensível a problemas de instabilidade numérica [40].

## 6.5 Solução via Método Ortogonal baseado nas Rotações Rápidas de Givens Escalares

O segundo estágio pode ainda ser solucionado através do método ortogonal baseado nas rotações rápidas de Givens escalares. Da mesma forma como nas soluções anteriores, o resultado é obtido em uma única iteração linear. Neste método, as medidas são processadas sequencialmente e ponderadas por elementos escalares, sendo necessário negligenciar qualquer eventual correlação entre os erros tanto das medidas fasoriais quanto das estimativas do primeiro estágio. Em face desta simplificação, as variáveis do método relativas às informações *a priori* são inicializadas da seguinte forma (*ver capítulo 4*):

- Elementos de ponderação:

$$w_j^0 = \frac{1}{\sigma_j^2} \quad j : 1 \cdots n; \quad (6.31)$$

onde  $\sigma_j^2$  é variância do erro da estimativa do primeiro estágio correspondente à *j-ésima* variável de estado.

- O vetor  $\bar{\mathbf{c}}$  conterá as estimativas do primeiro estágio, ou seja,

$$\bar{\mathbf{c}} = \hat{\mathbf{x}}_1'. \quad (6.32)$$

Considerações em relação às vantagens do método ortogonal escalar: (1) possui a robustez numérica superior que caracteriza os métodos ortogonais; (2) é capaz de considerar informações *a priori* pela simples inicialização de variáveis; (3) as medidas são processada sequencialmente, e (4) a soma ponderada dos quadrados dos resíduos é atualizada após cada medida ser processada.

Na Figura 6.3 é apresentado um fluxograma da solução do segundo estágio linear via método sequencial ortogonal baseado rotações rápidas de Givens escalares.

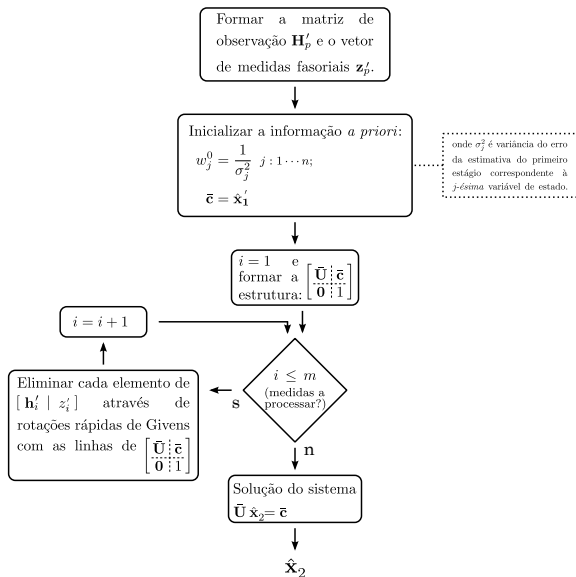


Figura 6.3 – Fluxograma da solução do segundo estágio via método sequencial ortogonal baseado rotações rápidas de Givens escalares.

## 6.6 Conclusão

Este capítulo descreve a estratégia em dois estágios para inclusão de medidas fasoriais na estimação de estados. O primeiro estágio consiste de um estimador de estados tradicional que processa apenas medidas do sistema SCADA. O segundo estágio é formulado como um problema de estimação de estados em coordenadas retangulares, o que torna o modelo de medição linear. Em contrapartida, as propriedades estatísticas do problema transformado são alteradas, correlacionando os erros da parte real e imaginária das medidas.

Para a solução do segundo estágio é proposto um estimador de estados ortogonal baseado nas rotações de Givens em blocos. Este método é adequado às características numéricas, estatísticas e estruturais do problema transformado. No capítulo seguinte, a qualidade do estimador em blocos é avaliada sob o enfoque da qualidade final das estimativas.

## 7 RESULTADOS NUMÉRICOS

### 7.1 Introdução

Este capítulo é dedicado a avaliar computacionalmente a qualidade dos resultados fornecidos pelo estimador de estados ortogonal baseado nas rotações de Givens em blocos, desenvolvido para o segundo estágio da estratégia de estimação de estados abordada nesta dissertação (*ver Figura 6.1*).

O segundo estágio foi implementado através dos seguintes métodos: ortogonal baseado nas rotações de Givens em blocos, ortogonal baseado nas rotações de Givens escalares e método da equação normal com ponderação em blocos. O objetivo é comparar os resultados dos diferentes métodos e quantificar suas características de desempenho.

Algumas considerações são feitas de modo a delimitar o escopo das simulações:

- O estimador do primeiro estágio é completamente independente e nenhuma restrição é imposta ao seu algoritmo de solução;
- É considerado que a partir do momento em que o primeiro estágio esteja concluído, um conjunto de medidas fasoriais consideravelmente precisas e referenciadas a um mesmo instante de tempo está disponível;
- Uma importante questão é a detecção de erros grosseiros no segundo estágio, uma vez que, no estimador de estados ortogonal em blocos, as medidas fasoriais são processadas aos pares e os respectivos erros em coordenadas retangulares são correlacionados. Embora o processamento de erros não seja o objetivo central deste trabalho, simulações são realizadas considerando erros grosseiros em medidas fasoriais, seguidas por uma breve discussão;
- Não há necessidade de que o plano de medição fasorial forneça qualquer grau de observabilidade, desde que as medidas provenientes do sistema SCADA garantam a observabilidade completa do sistema;
- Caso existam ilhas não observáveis pelo sistema SCADA, as medidas fasoriais podem ser alocadas estrategicamente de modo a restituir a observabilidade do sistema. Simulações são realizadas para avaliar esta alternativa, seguidas por uma breve discussão.

- Todos os resultados são obtidos em ambiente simulado a partir dos sistemas-teste de 14, 30 e 57 barras do IEEE. Os dados desses sistemas encontram-se nos Anexos A, B e C.

## 7.2 Ambiente de Simulação

Um ambiente computacional foi elaborado em linguagem Matlab com o objetivo de criar uma cascata de programas que simulem todas as etapas do estimador de estados proposto.

Todas as simulações partem de resultados do fluxo de potência dos sistemas-teste do IEEE, que fornecem os valores “verdadeiros” para os estados e demais variáveis da rede elétrica. Os estudos de fluxo de potência são executados a partir do programa *Newflow*, implementado pelo Grupo de Sistemas de Potência (GSP) - UFSC, e que utiliza o método de Newton-Raphson.

As medidas são geradas a partir do resultado do fluxo de potência pela adição de erros aleatórios. A simulação de medidas é feita através do programa *Simed-f*, implementado pelo GSP, que também é capaz de gerar medidas fasoriais de tensão e corrente.

O estimador de estados utilizado no primeiro estágio é o aplicativo *Givcrit*, também desenvolvido pelo GSP, que é implementado em coordenadas polares e utiliza o método ortogonal baseado nas rotações de Givens escalares. É importante lembrar que qualquer outro estimador poderia ser utilizado, e que a escolha do *Givcrit* é apenas uma questão de disponibilidade.

O segundo estágio é um desenvolvimento próprio deste trabalho. A implementação foi feita em Matlab e três algoritmos de solução estão disponíveis: ortogonal baseado nas rotações de Givens em blocos, ortogonal baseado nas rotações de Givens escalares e método da equação normal com ponderação em blocos (EqNorm-Blocos).

Todas as entradas e saídas dos programas são adaptadas de modo que a interface de dados possibilite automatismo na cascata de execução. Na Figura 7.1 é apresentado um diagrama do ambiente de simulação.

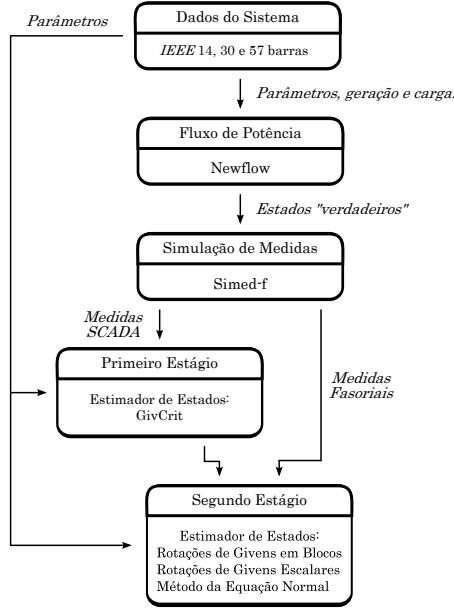


Figura 7.1 – Ambiente de simulação

### 7.3 Considerações e Métricas

A partir do ambiente computacional descrito na seção anterior, o desempenho de cada estimador de estados é avaliada em termos do erro de estimativa de ângulo e de magnitude em cada barra:

$$\varepsilon_{V^k} = |V_{\text{método}}^k - V_{\text{verdadeiro}}^k| \quad (7.1a)$$

$$\varepsilon_{\theta^k} = |\theta_{\text{método}}^k - \theta_{\text{verdadeiro}}^k| \quad (7.1b)$$

onde o sobrescrito  $k$  indica a  $k$ -ésima barra.

Adicionalmente, é utilizada uma métrica de tensão para o erro vetorial total de uma estimativa. Esta métrica foi proposta pela KEMA (Keuring Van Electrotechnische Materialen) e é dada por [63]:

$$\varepsilon_{\vec{V}} = \left\| \vec{V}_{\text{erro}} \right\| = \left( \sum_{k=1}^n \left| \vec{V}_{\text{método}}^k - \vec{V}_{\text{verdadeiro}}^k \right|^2 \right)^{1/2} \quad (7.2)$$

São enumeradas as seguintes considerações a respeito de todas as simulações:

1. O configurador de redes fornece a topologia correta e atual do sistema em análise;
2. A base de dados dos parâmetros do sistema não possui erros;
3. Todos os ramos são representados por um modelo  $\pi$  equivalente;
4. As medidas são geradas pela adição de um erro aleatório com distribuição Gaussiana, média zero e desvio padrão que é função da precisão do medidor. Os erros são truncados em  $\pm 3\sigma$  de modo a evitar a inclusão de erros grosseiros (exceto nos casos onde for mencionado o contrário).
5. Assume-se que os medidores SCADA tem precisão de 1% e as unidades de medição fasorial de 0,1%, tanto para magnitude como para fase. Este nível de precisão é adotado de modo a ressaltar as diferenças entre as estimativas dos diversos algoritmos e estágios de estimação, sem prejuízo à análise;
6. O sistema SCADA disponibiliza os seguintes tipos de medidas de sequência positiva: módulo de tensão nas barras, injeção de potência ativa e/ou reativa nas barras, corrente nos ramos e fluxo de potência ativa e/ou reativa nos ramos;
7. Considera-se neste trabalho que uma unidade de medição fasorial é capaz de medir o fasor tensão de sequência positiva na barra onde está instalada e todos os fasores corrente, também de sequência positiva, nos ramos incidentes nesta mesma barra;
8. É considerada a existência de uma PMU instalada na barra 1, que é referência angular para todos os sistemas-teste;
9. Em cada sistema-teste, os conjuntos de medidas são submetidos à arquitetura de estimação de estados em dois estágios, considerando as seguintes análises: (1) qualidade geral das estimativas, (2) impacto da correção da polarização (“bias”) da transformação de coordenadas, (3) existência de erros grosseiros em medidas fasoriais e (4) medidas fasoriais utilizadas para complementar a observabilidade;
10. A referência angular é imposta através de uma pseudomedida de pequena variância (peso elevado), cerca de três ordens de grandeza mais precisas que medidas fasoriais;



11. Para cada análise, considerado um dado sistema-teste e plano de medição, são gerados cinquenta conjuntos de medidas. Cada um destes conjuntos é único, criado por diferentes sementes em um algoritmo de geração de números aleatórios. Esta estratégia é utilizada de modo a se obter uma coleção de dados livre de possíveis distorções decorrentes de um conjunto pequeno de variáveis aleatórias.

O erro médio absoluto de ângulo e magnitude para um conjunto de  $n_S$  simulações é definido como:

$$\bar{\varepsilon}_{V^k} = \frac{\sum_{j=1}^{n_S} |V_{j,\text{método}}^k - V_{\text{verdadeiro}}^k|}{n_S} \quad (7.3a)$$

$$\bar{\varepsilon}_{\theta^k} = \frac{\sum_{j=1}^{n_S} |\theta_{j,\text{método}}^k - \theta_{\text{verdadeiro}}^k|}{n_S} \quad (7.3b)$$

onde  $k$  indica a  $k$ -ésima barra,  $j$  indica a  $j$ -ésima simulação e  $n_S$  é o número de simulações realizadas (igual a 50 neste estudo).

Já o erro vetorial total médio do mesmo conjunto é definido como:

$$\bar{\varepsilon}_{\vec{V}} = \frac{\sum_{j=1}^{n_S} \|\vec{V}_{\text{erro}}^j\|}{n_S} \quad (7.4)$$

## 7.4 Análise 1: Qualidade geral das estimativas

Nesta análise são considerados casos de estudo onde as medidas SCADA do primeiro estágio garantem a observabilidade completa da rede. Consideram-se diferentes planos de medição fasorial. O objetivo é promover um comparativo da qualidade das estimativas do segundo estágio, quando da sua implementação nos três algoritmos desenvolvidos nesta dissertação.

### 7.4.1 Caso A: Sistema elétrico observável com medidas fasoriais

Neste caso de estudo é considerado que unidades de medição fasorial estão instaladas em todas as barras do sistema. Embora esta não seja uma situação prática no atual estágio de desenvolvimento da

tecnologia, é apropriada para o objetivo desta análise, uma vez que, a quantidade de medidas processadas pelo estimador do segundo estágio é maximizada, e portanto as diferenças entre a qualidade dos algoritmos são intensificadas.

### • Sistema IEEE - 14 barras

Na Figura 7.2 é apresentado o diagrama unifilar do sistema IEEE 14 barras e indicados os pontos de medição para o sistema SCADA e fasorial.

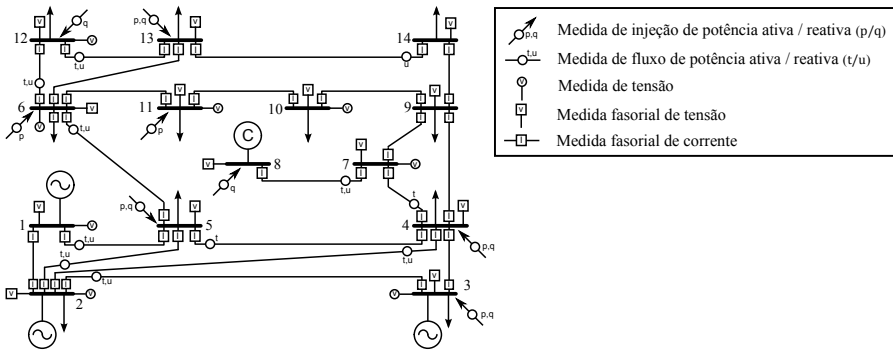


Figura 7.2 – Análise 1.A - Plano de medição para o sistema IEEE 14 barras

A Tabela 2 apresenta a quantidade de medidas nos planos de medição da análise 1.A do sistema IEEE 14 barras. Nesta tabela,  $P/Q$  indica injeção de potência ativa/reativa,  $t/u$  fluxo de potência ativa/reativa,  $|V|$  magnitude de tensão e  $\vec{V}/\vec{I}$  fasor de tensão/corrente.

Tabela 2 – Análise 1.A - Plano de medição para o sistema IEEE 14 barras

	SCADA ( $\rho_{SCADA} = 1, 4$ )					PMU ( $\rho_{PMU} = 3, 8$ )	
Tipo de Medida	$P$	$Q$	$ V $	$t$	$u$	$\vec{V}$	$\vec{I}$
Quantidade	6	6	8	10	9	14	39

Na Figura 7.3 é apresentado um gráfico do erro absoluto médio de magnitude (equação (7.3a)) e ângulo (equação (7.3b)) por barra, considerando as cinquenta simulações da Análise 1.A. Nesta figura, cada série indica os erros das estimativas do primeiro estágio e do segundo estágio implementado através dos três métodos. Estes resultados também são apresentados na Figura 7.4, porém com foco apenas nos resultados do segundo estágio.

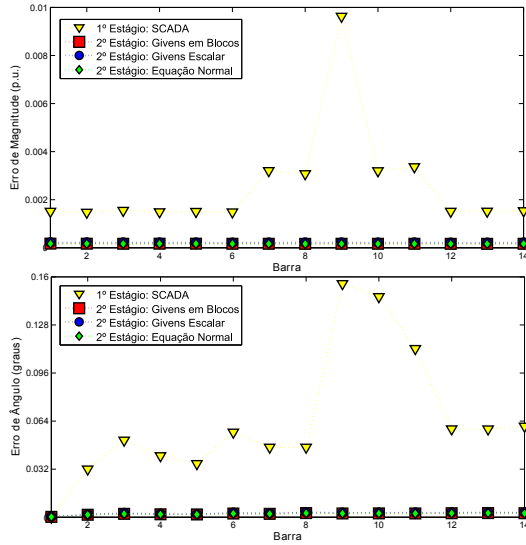


Figura 7.3 – Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 14 barras. Plano de medição fasorial completo.

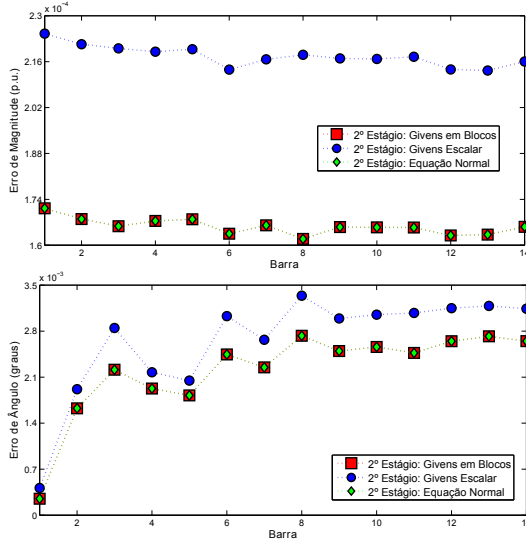


Figura 7.4 – Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 14 barras. Plano de medição fasorial completo. Foco no 2º estágio.

A Tabela 3 apresenta o erro vetorial total médio (*equação (7.4)*) da Análise 1.A do sistema IEEE 14 barras. É apresentado também o desvio padrão da métrica de tensão para as cinquenta simulações.

Tabela 3 – Erro vetorial total médio para a Análise 1.A do sistema IEEE 14 barras

	1º Estágio	2º Estágio: Givens em Blocos	2º Estágio: Givens Escalar	2º Estágio: EqNorm Blocos
$\bar{\varepsilon}_{\vec{V}}$	$1,52 \times 10^{-2}$	$6,59 \times 10^{-4}$	$8,63 \times 10^{-4}$	$6,59 \times 10^{-4}$
$\sigma$	$6,27 \times 10^{-3}$	$4,9 \times 10^{-4}$	$4,98 \times 10^{-4}$	$4,9 \times 10^{-4}$

### • Sistema IEEE - 30 barras

Na Figura 7.5 é apresentado o diagrama unifilar do sistema IEEE 30 barras e indicado os pontos de medição para o sistema SCADA e fasorial.

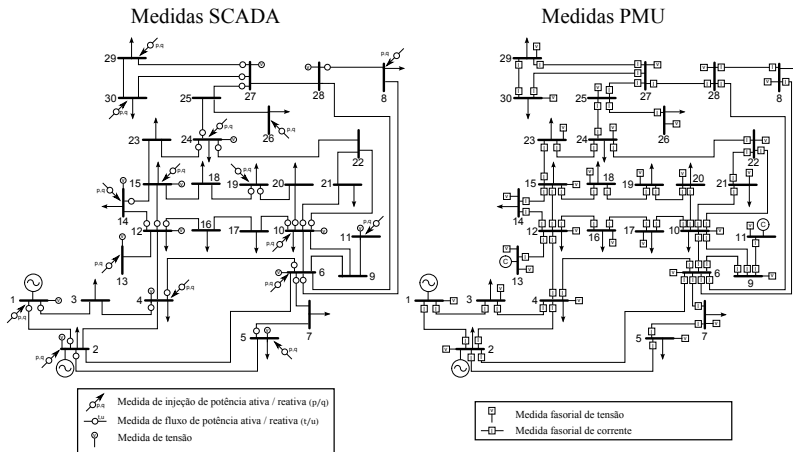


Figura 7.5 – Análise 1.A Plano de medição para o sistema IEEE 30 barras

Na Tabela 4 é apresentada a quantidade de medidas no plano de medição SCADA e fasorial no sistema IEEE 30 barras.

Tabela 4 – Análise 1.A - Plano de medição para o sistema IEEE 30 barras

	SCADA ( $\rho_{SCADA} = 1,6$ )					PMU ( $\rho_{PMU} = 3,7$ )	
Tipo de Medida	$P$	$Q$	$ V $	$t$	$u$	$\vec{V}$	$\vec{I}$
Quantidade	15	15	14	27	27	30	82

A Tabela 5 apresenta o erro vetorial total médio da Análise 1.A do sistema IEEE 30 barras.

Tabela 5 – Erro vetorial total médio para a Análise 1.A do sistema IEEE 30 barras

	1º Estágio	2º Estágio: Givens em Blocos	2º Estágio: Givens Escalar	2º Estágio: EqNorm Blocos
$\bar{\varepsilon}_{\vec{V}}$	$8,89 \times 10^{-3}$	$6,11 \times 10^{-4}$	$6,64 \times 10^{-4}$	$6,11 \times 10^{-4}$
$\sigma$	$4,25 \times 10^{-3}$	$3,29 \times 10^{-4}$	$4,5 \times 10^{-4}$	$3,29 \times 10^{-4}$

Na Figura 7.6 é apresentado um gráfico do erro absoluto médio de magnitude e ângulo por barra, considerando as cinquenta simulações da Análise 1.A. Estes resultados também são apresentados na Figura 7.7, porém com foco apenas nos resultados do segundo estágio.

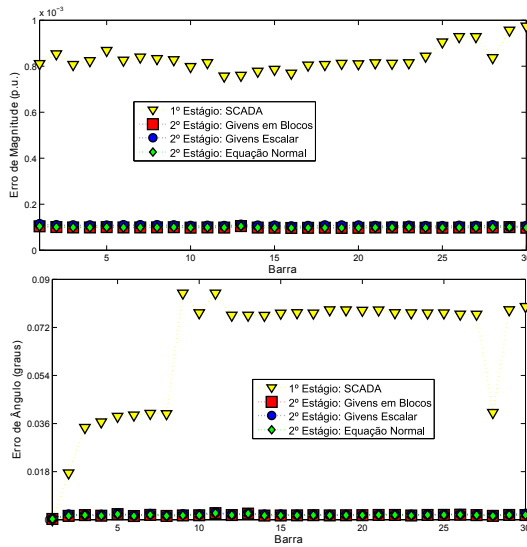


Figura 7.6 – Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 30 barras. Plano de medição fasorial completo.

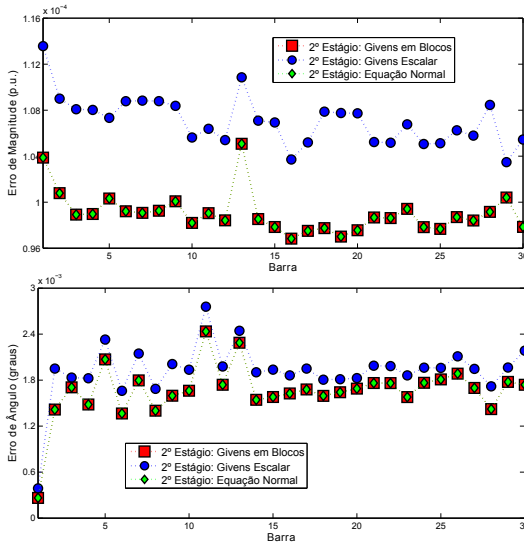


Figura 7.7 – Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 30 barras. Plano de medição fasorial completo. Foco no 2º estágio.

### • Sistema IEEE - 57 barras

Na Figura 7.8 é apresentado o diagrama sistema IEEE 57 barras, os pontos de medição não foram incluídos devido à dimensão do sistema.

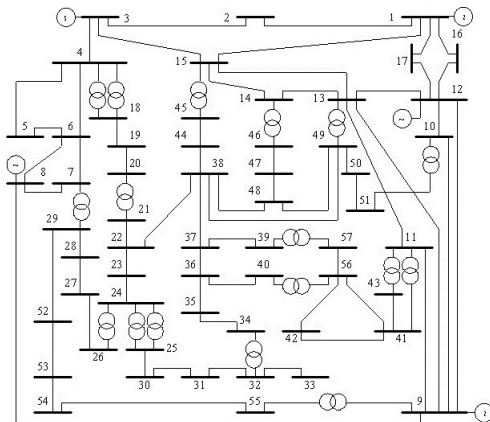


Figura 7.8 – Análise 1.A Diagrama unifilar do sistema IEEE 57 barras

Na Tabela 6 é apresentada a quantidade de medidas no plano de medição SCADA e fasorial no sistema IEEE 57 barras.

Tabela 6 – Análise 1.A - Plano de medição para o sistema IEEE 57 barras

	SCADA ( $p_{SCADA} = 1,6$ )					PMU ( $p_{PMU} = 3,7$ )	
Tipo de Medida	$P$	$Q$	$ V $	$t$	$u$	$\vec{V}$	$\vec{I}$
Quantidade	24	26	28	53	53	57	156

Na Figura 7.9 é apresentado um gráfico do erro absoluto médio de magnitude e ângulo por barra, considerando as cinquenta simulações da Análise 1.A. Estes resultados também são apresentados na Figura 7.10, porém com foco apenas nos resultados do segundo estágio.

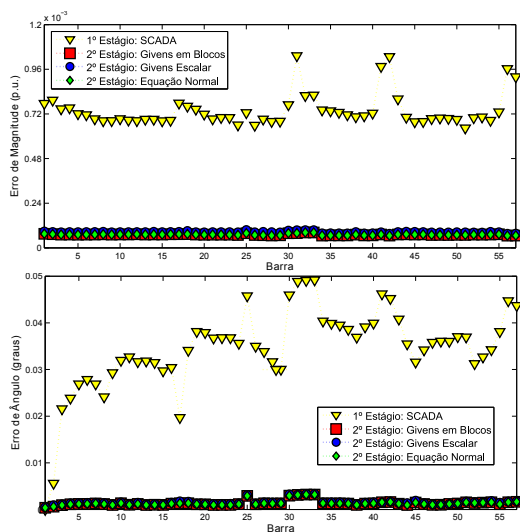


Figura 7.9 – Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 57 barras. Plano de medição fasorial completo.

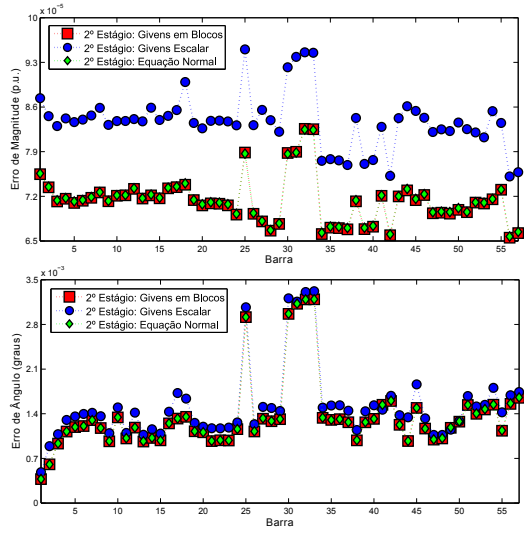


Figura 7.10 – Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 57 barras. Plano de medição fasorial completo. Foco no 2º estágio.

A Tabela 7 apresenta o erro vetorial total médio da Análise 1.A do sistema IEEE 57 barras.

Tabela 7 – Erro vetorial total médio para a Análise 1.A do sistema IEEE 57 barras

	1º Estágio	2º Estágio: Givens em Blocos	2º Estágio: Givens Escalar	2º Estágio: EqNorm Blocos
$\bar{\varepsilon}_{\vec{V}}$	$7,85 \times 10^{-3}$	$6,21 \times 10^{-4}$	$7,21 \times 10^{-4}$	$6,22 \times 10^{-4}$
$\sigma$	$3,48 \times 10^{-3}$	$3,49 \times 10^{-4}$	$3,97 \times 10^{-4}$	$3,47 \times 10^{-4}$



### 7.4.2 Caso B: Sistema elétrico não observável com medidas fasoriais

Neste caso de estudo é considerado que as unidades de medição fasorial estão instaladas apenas em algumas barras do sistema. O objetivo é avaliar o impacto de algumas poucas medidas fasoriais na qualidade final das estimativas. É importante lembrar que considera-se neste trabalho que uma PMU é capaz de medir o fasor tensão na barra onde está instalada e todos os fasores corrente nos ramos incidentes nesta mesma barra.

#### • Sistema IEEE - 14 barras

Na Figura 7.11 é apresentado o diagrama unifilar do sistema IEEE 14 barras e indicados os pontos de medição para o sistema SCADA e fasorial. Considera-se que unidades de medição fasorial estão instaladas apenas nas barras 1 e 2.

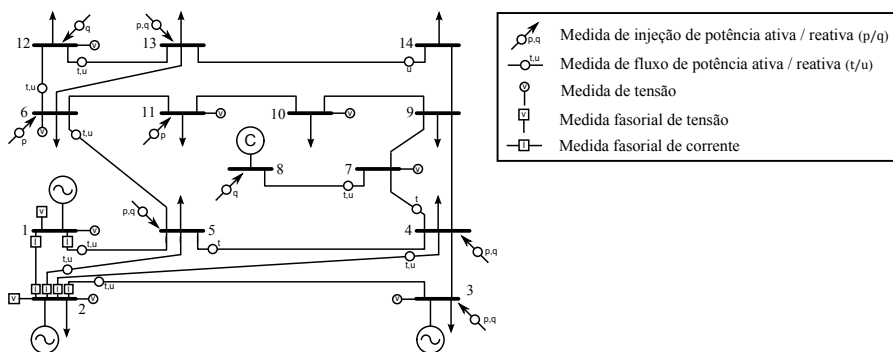


Figura 7.11 – Análise 1.B - Plano de medição para o sistema IEEE 14 barras

Na Tabela 8 é apresentada a quantidade de medidas no plano de medição SCADA e fasorial no sistema IEEE 14 barras.

Tabela 8 – Análise 1.B - Plano de medição para o sistema IEEE 14 barras

	SCADA ( $\rho_{SCADA} = 1, 4$ )					PMU ( $\rho_{PMU} = 0, 6$ )	
Tipo de Medida	$P$	$Q$	$ V $	$t$	$u$	$\vec{V}$	$\vec{I}$
Quantidade	6	6	8	10	9	2	6

Na Figura 7.12 é apresentado um diagrama com a configuração de elementos não-nulos da matriz de covariância dos erros de medição  $\mathbf{R}_p'$  e da matriz de observação  $\mathbf{H}_p'$  do modelo de medição das medidas fasoriais.

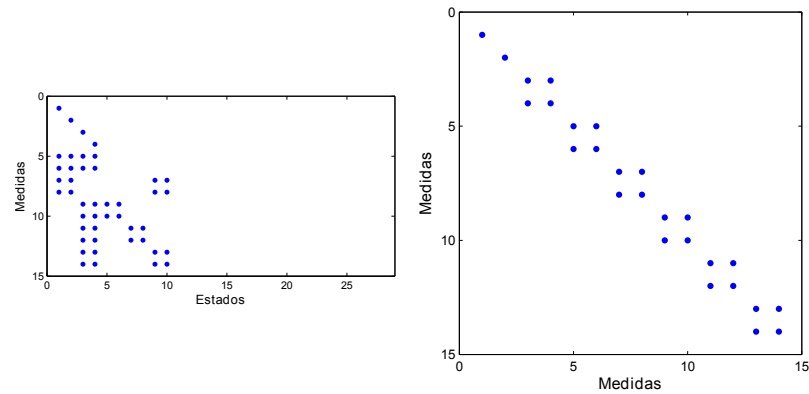


Figura 7.12 – Configuração de elementos não-nulos da (a) matriz de observação  $\mathbf{H}_p'$  e da (b) matriz de covariância dos erros de medição  $\mathbf{R}_p'$

A Tabela 9 apresenta o erro vetorial total médio da Análise 1.B do sistema IEEE 14 barras.

Tabela 9 – Erro vetorial total médio para a Análise 1.B do sistema IEEE 14 barras

	1º Estágio	2º Estágio: Givens em Blocos	2º Estágio: Givens Escalar	2º Estágio: EqNorm Blocos
$\bar{\varepsilon}_{\vec{V}}$	$1,52 \times 10^{-2}$	$1,47 \times 10^{-2}$	$1,47 \times 10^{-2}$	$1,47 \times 10^{-2}$
$\sigma$	$6,27 \times 10^{-3}$	$6,21 \times 10^{-3}$	$6,22 \times 10^{-3}$	$6,21 \times 10^{-3}$

Na Figura 7.3 é apresentado um gráfico do erro absoluto médio de magnitude e ângulo por barra, considerando as cinquenta simulações da Análise 1.B.

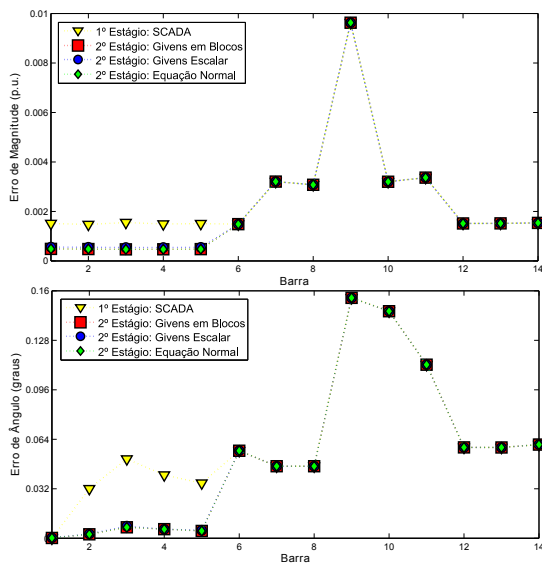


Figura 7.13 – Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 14 barras. PMUs nas barras 1 e 2.

### • Sistema IEEE - 30 barras

Na Tabela 10 é apresentada a quantidade de medidas no plano de medição SCADA e fasorial no sistema IEEE 30 barras. Considera-se que unidades de medição fasorial estão instaladas nas barras 1, 2, 25 e 27.

Tabela 10 – Análise 1.B - Plano de medição para o sistema IEEE 30 barras

	SCADA ( $\rho_{SCADA} = 1, 6$ )					PMU ( $\rho_{PMU} = 0, 6$ )	
Tipo de Medida	$P$	$Q$	$ V $	$t$	$u$	$\vec{V}$	$\vec{I}$
Quantidade	15	15	14	27	27	4	13

Na Figura 7.14 é apresentado o diagrama do sistema IEEE 30 barras e indicados os pontos de medição do sistema SCADA e fasorial.

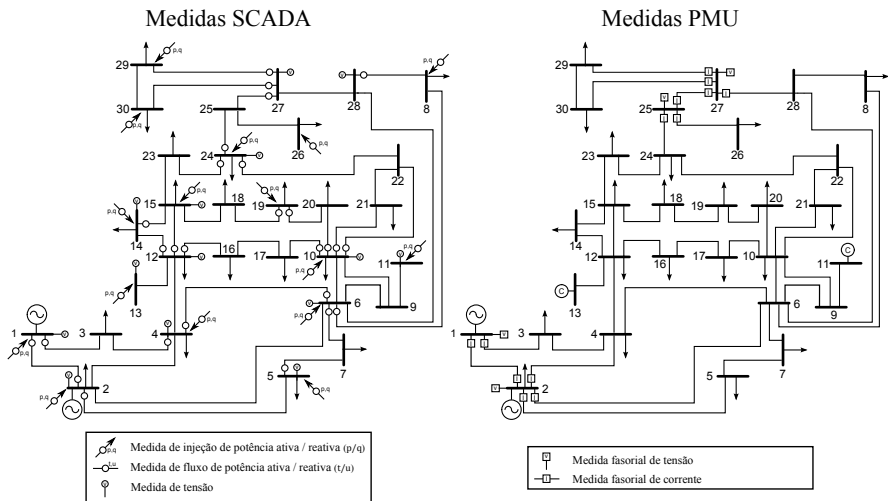


Figura 7.14 – Análise - 1.B Plano de medição para o sistema IEEE 30 barras

Na Figura 7.15 é apresentado um diagrama com a configuração de elementos não-nulos da matriz de covariância dos erros de medição  $\mathbf{R}_p'$  e da matriz de observação  $\mathbf{H}_p'$  do modelo de medição das medidas fasoriais.

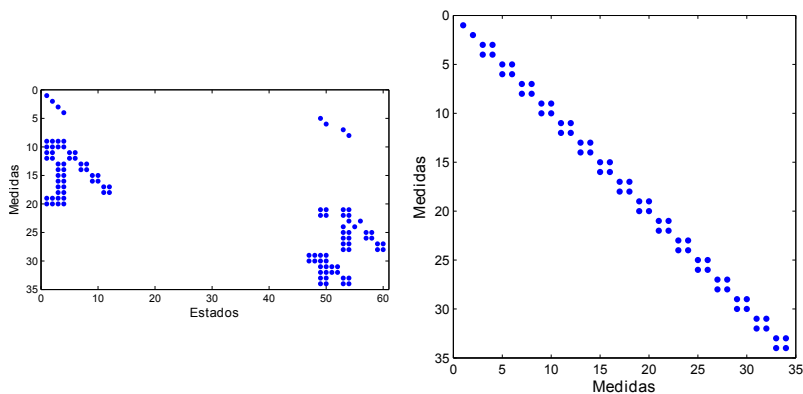


Figura 7.15 – Configuração de elementos não-nulos da (a) matriz de observação  $\mathbf{H}_p'$  e da (b) matriz de covariância dos erros de medição  $\mathbf{R}_p'$

Na Figura 7.16 é apresentado um gráfico do erro absoluto médio de magnitude e ângulo por barra, considerando as cinquenta simulações da Análise 1.B.

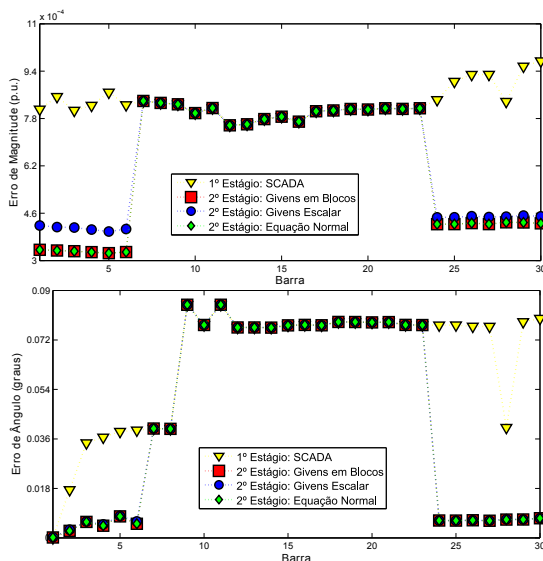


Figura 7.16 – Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 30 barras. PMUs nas barras 1, 2, 25 e 27.

A Tabela 11 apresenta o erro vetorial total médio da Análise 1.B do sistema IEEE 30 barras.

Tabela 11 – Erro vetorial total médio para a Análise 1.B do sistema IEEE 30 barras

	1º Estágio	2º Estágio: Givens em Blocos	2º Estágio: Givens Escalar	2º Estágio: EqNorm Blocos
$\bar{\varepsilon}_{\vec{V}}$	$8,89 \times 10^{-3}$	$7,33 \times 10^{-3}$	$7,40 \times 10^{-3}$	$7,33 \times 10^{-3}$
$\sigma$	$4,25 \times 10^{-3}$	$3,47 \times 10^{-3}$	$3,44 \times 10^{-3}$	$3,47 \times 10^{-3}$

### • Sistema IEEE - 57 barras

Na Tabela 12 é apresentada a quantidade de medidas no plano de medição SCADA e fasorial no sistema IEEE 57 barras. Considera-se que unidades de medição fasorial estão instaladas nas barras 1, 2, 9, 10, 32 e 36.

Tabela 12 – Análise 1.B - Plano de medição para o sistema IEEE 57 barras

	SCADA ( $\rho_{SCADA} = 1, 6$ )					PMU ( $\rho_{PMU} = 0, 47$ )	
Tipo de Medida	$P$	$Q$	$ V $	$t$	$u$	$\vec{V}$	$\vec{I}$
Quantidade	24	26	28	53	53	6	21

Na Figura 7.17 é apresentado um diagrama com a configuração de elementos não-nulos da matriz de covariância dos erros de medição  $\mathbf{R}_p'$  e da matriz de observação  $\mathbf{H}_p'$  do modelo de medição das medidas fasoriais.

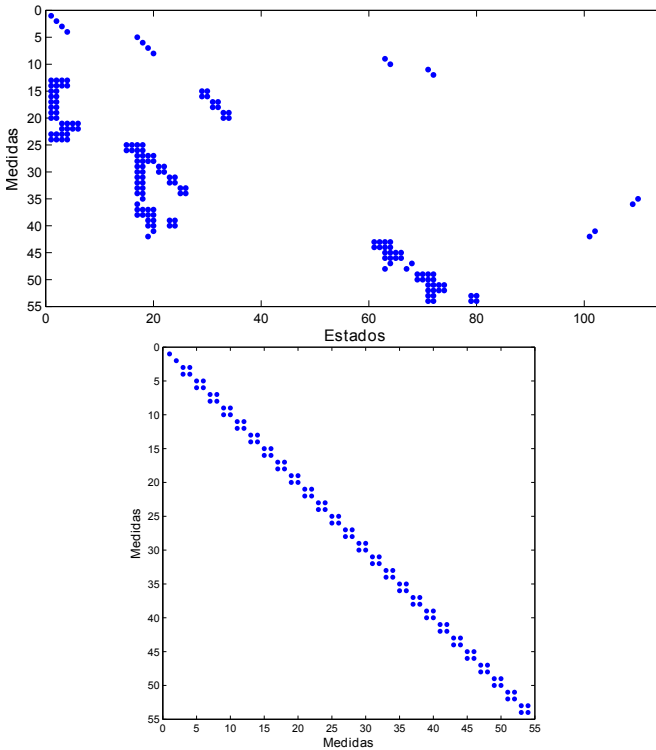


Figura 7.17 – Configuração de elementos não-nulos da (a) matriz de observação  $\mathbf{H}_p'$  e da (b) matriz de covariância dos erros de medição  $\mathbf{R}_p'$

Na Figura 7.18 é apresentado um gráfico do erro absoluto médio de magnitude e ângulo por barra, considerando as cinquenta simulações da Análise 1.B.

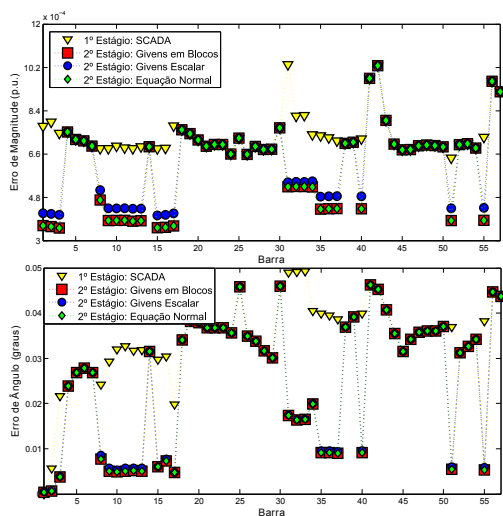


Figura 7.18 – Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 57 barras. PMUs nas barras 1, 2, 9, 10, 32 e 36.

A Tabela 13 apresenta o erro vetorial total médio da Análise 1.B do sistema IEEE 57 barras.

Tabela 13 – Erro vetorial total médio para a Análise 1.B do sistema IEEE 57 barras

	1º Estágio	2º Estágio: Givens em Blocos	2º Estágio: Givens Escalar	2º Estágio: EqNorm Blocos
$\bar{\varepsilon}_{\vec{V}}$	$7,85 \times 10^{-3}$	$6,79 \times 10^{-3}$	$6,90 \times 10^{-3}$	$6,79 \times 10^{-3}$
$\sigma$	$3,48 \times 10^{-3}$	$2,64 \times 10^{-3}$	$2,61 \times 10^{-3}$	$2,64 \times 10^{-3}$

### 7.4.3 Considerações para a Análise 1

A qualidade final das estimativas tende a melhorar a proporção em que o plano de medição fasorial do segundo estágio aumenta. Este é um resultado esperado, uma vez que as medidas fasoriais são consideradas uma ordem de grandeza mais precisas que as medidas SCADA.

Mesmo que fosse considerada a mesma precisão para ambos os sistemas de medição, ainda se espera uma melhoria das estimativas, uma vez que o segundo estágio agrega redundância ao plano de medição.

Em relação ao algoritmo do segundo estágio, fica claro que considerar a correlação entre os erros da parte real e imaginária das medidas convertidas melhora a qualidade das estimativas. O estimador baseado nas rotações de Givens em blocos apresenta resultados idênticos ao estimador baseado no método da equação normal com ponderação em blocos, e a qualidade da estimativa de ambos é superior à do estimador baseado nas rotações de Givens escalares.

A degradação da qualidade do estimador baseado nas rotações de Givens escalares deve ser vista com cautela, uma vez que, embora este não considere a correlação entre os erros de medição, é um estimador numericamente robusto e adequado para a maioria das situações práticas. Nos casos onde apenas um pequeno conjunto de medidas fasoriais está disponível, a diferença entre a qualidade dos três métodos se torna desprezável. Ao passo que mais medidas fasoriais são adicionadas ao plano de medição, tanto mais pronunciadas se tornam as diferenças.

A correspondência entre as estimativas do método ortogonal em blocos e do método da equação normal com ponderação em blocos é prevista. Ambos solucionam exatamente o mesmo problema de estimação de estados. Uma degradação da qualidade do estimador baseado na equação normal é esperada à medida que o problema adquira características de mal condicionamento numérico. Situações que levem à falha deste algoritmo não foram abordadas nesta dissertação e serão tema de pesquisa futura.

## 7.5 Análise 2: Correção do *bias* na média dos erros em coordenadas retangulares

Nesta análise é avaliada a correção (*ver equação (6.16)*) para o *bias* na média dos erros (6.9) decorrente da transformação de coordenadas polares para retangulares. As medidas SCADA do primeiro estágio garantem a observabilidade completa do sistema. O objetivo é promover um comparativo da qualidade das estimativas do segundo estágio, quando da aplicação ou não da correção do *bias*.

Neste estudo de caso é considerado que unidades de medição fasorial estão instaladas em todas as barras do sistema. É considerado apenas o resultado do estimador baseado nas rotações de Givens em blocos.



• Sistema IEEE - 14 barras

O plano de medição para os sistemas SCADA e fasorial são os mesmos da Análise 1.A, já apresentados na Figura 7.2 e na Tabela 2.

Na Figura 7.19 é apresentado um gráfico do erro absoluto médio de magnitude e ângulo por barra, considerando as cinquenta simulações da Análise 2. Nesta figura, cada série indica os erros das estimativas do segundo estágio implementado através do método de Givens em Blocos, quando da correção ou não do *bias*.

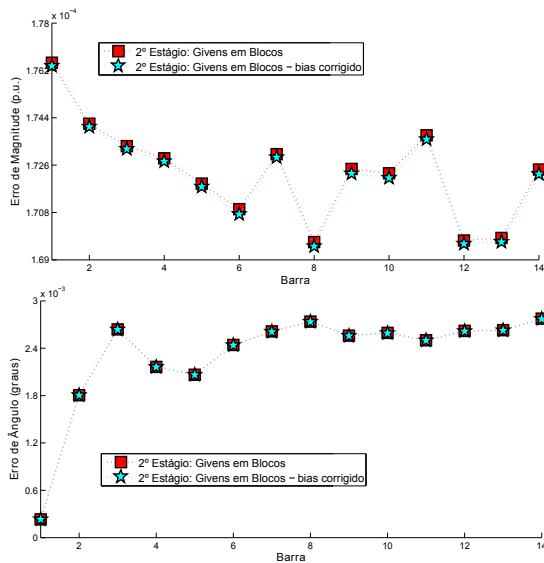


Figura 7.19 – Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 14 barras. Plano de medição fasorial completo.

A Tabela 14 apresenta o erro vetorial total médio da Análise 2 do sistema IEEE 14 barras.

Tabela 14 – Erro vetorial total médio para a Análise 2 do sistema IEEE 14 barras

	2º Estágio: Givens em Blocos	2º Estágio: Givens em Blocos s/ bias
$\bar{\varepsilon}_{\vec{V}}$	$6,895 \times 10^{-4}$	$6,890 \times 10^{-4}$
$\sigma$	$4,567 \times 10^{-4}$	$4,574 \times 10^{-4}$

• Sistema IEEE - 30 barras

O plano de medição para os sistemas SCADA e fasorial são os mesmos da Análise 1.A, já apresentados na Figura 7.5 e na Tabela 4.

Na Figura 7.20 é apresentado um gráfico do erro absoluto médio de magnitude e ângulo por barra, considerando as cinquenta simulações da Análise 2.

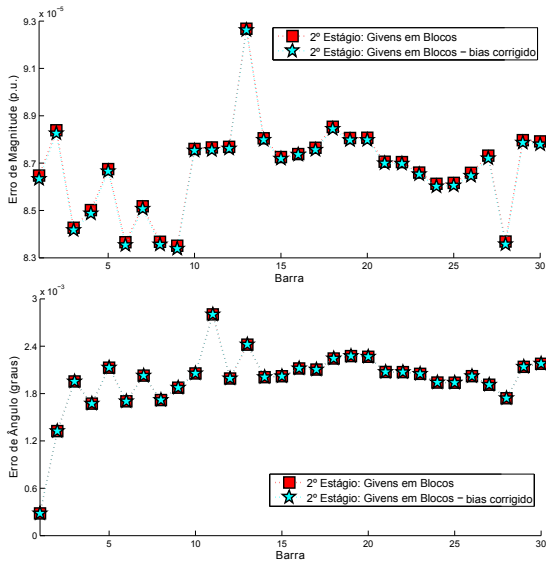


Figura 7.20 – Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 30 barras. Plano de medição fasorial completo.

A Tabela 15 apresenta o erro vetorial total médio da Análise 2 do sistema IEEE 30 barras.

Tabela 15 – Erro vetorial total médio para a Análise 2 do sistema IEEE 30 barras

	2º Estágio: Givens em Blocos	2º Estágio: Givens em Blocos s/ bias
$\bar{\epsilon}_{\vec{V}}$	$5,636 \times 10^{-4}$	$5,632 \times 10^{-4}$
$\sigma$	$4,480 \times 10^{-4}$	$4,473 \times 10^{-4}$

• Sistema IEEE - 57 barras

O plano de medição para os sistemas SCADA e fasorial são os mesmos da Análise 1.A, já apresentados na Figura 7.8 e na Tabela 6.

Na Figura 7.21 é apresentado um gráfico do erro absoluto médio de magnitude e ângulo por barra, considerando as cinquenta simulações da Análise 2.

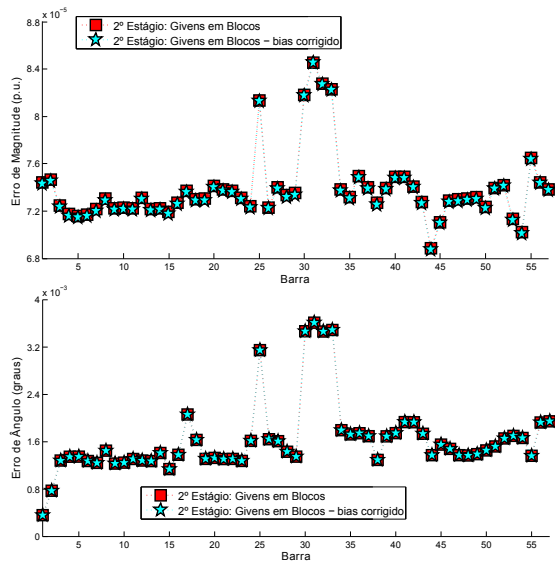


Figura 7.21 – Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 57 barras. Plano de medição fasorial completo.

A Tabela 16 apresenta o erro vetorial total médio da Análise 2 do sistema IEEE 57 barras.

Tabela 16 – Erro vetorial total médio para a Análise 2 do sistema IEEE 57 barras

	2º Estágio: Givens em Blocos	2º Estágio: Givens em Blocos s/ bias
$\bar{\varepsilon}_{\vec{V}}$	$6,519 \times 10^{-4}$	$6,513 \times 10^{-4}$
$\sigma$	$4,813 \times 10^{-4}$	$4,804 \times 10^{-4}$

### 7.5.1 Considerações para a Análise 2

A correção do bias na média dos erros das medidas transformadas melhora a qualidade das estimativas em todos os sistemas-teste da Análise 2. Contudo, é importante ressaltar que esta melhoria é marginal, sendo notada apenas no quarto algarismo significativo do erro vetorial total médio. Não é esperado portanto, que a correção do *bias* seja um fator determinante para a qualidade do estimador de estados do segundo estágio.

Embora não tenham sido apresentados casos considerando poucas medidas fasoriais alocadas no sistema, nesta situação a diferença entre as estimativas, aplicando ou não a correção, é praticamente desprezável. Isto se deve ao fato que, quanto maior o número de medidas transformadas, maior o efeito de eventuais distorções desta transformação.

## 7.6 Análise 3: Erros Grosseiros em Medidas Fasoriais

Nesta análise é avaliado o impacto da ocorrência de erros grosseiros em medidas fasoriais. As medidas SCADA do primeiro estágio cobrem a observabilidade completa do sistema. É considerado que PMUs estão instaladas em algumas barras do sistema. Em cada uma das 50 simulações é inserido um erro aleatório com média zero, distribuição Gaussiana e magnitude de 3 a 10 desvios-padrão no favor portador de erro grosseiro (tanto para o ângulo quanto para a magnitude). O objetivo é promover um comparativo entre a qualidade das estimativas do primeiro e do segundo estágio, quando da ocorrência de um erro grosseiro em medida fasorial.

- **Sistema IEEE - 14 barras**

O plano de medição para o sistema SCADA e fasorial são os mesmos da Análise 1.B, já apresentados na Figura 7.11 e na Tabela 8. O sistema de medição fasorial sincronizada possui PMUs instaladas nas barras 1 e 2. A medida fasorial da **corrente** da barra 2 para a barra 3 é portadora de erro grosseiro.

Na Figura 7.22 é apresentado um gráfico do erro absoluto médio de magnitude e ângulo por barra, considerando as cinquenta simulações da Análise 3.

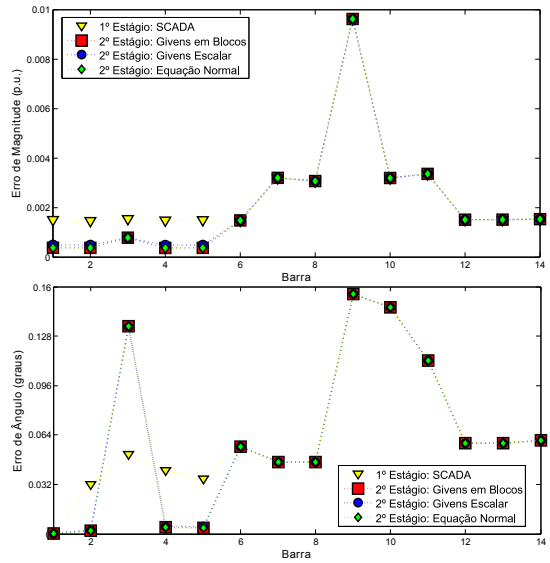


Figura 7.22 – Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 14 barras. PMUs nas barras 1 e 2.

A Tabela 17 apresenta o erro vetorial total médio da Análise 3 do sistema IEEE 14 barras.

Tabela 17 – Erro vetorial total médio para a Análise 3 do sistema IEEE 14 barras

	1º Estágio	2º Estágio: Givens em Blocos	2º Estágio: Givens Escalar	2º Estágio: EqNorm Blocos
$\bar{\varepsilon}_{\vec{V}}$	$1,52 \times 10^{-2}$	$1,49 \times 10^{-2}$	$1,49 \times 10^{-2}$	$1,49 \times 10^{-2}$
$\sigma$	$6,27 \times 10^{-3}$	$6,13 \times 10^{-3}$	$6,14 \times 10^{-3}$	$6,13 \times 10^{-3}$

• Sistema IEEE - 30 barras

O plano de medição para o sistema SCADA e fasorial são os mesmos da Análise 1.B, já apresentados na Figura 7.14 e na Tabela 10. O sistema de medição fasorial sincronizada possui PMUs instaladas nas barras 1, 2, 25 e 27. A medida fasorial da **corrente** da barra 2 para a barra 6 é portadora de erro grosseiro.

Na Figura 7.23 é apresentado um gráfico do erro absoluto médio de magnitude e ângulo por barra, considerando as cinquenta simulações da Análise 3.

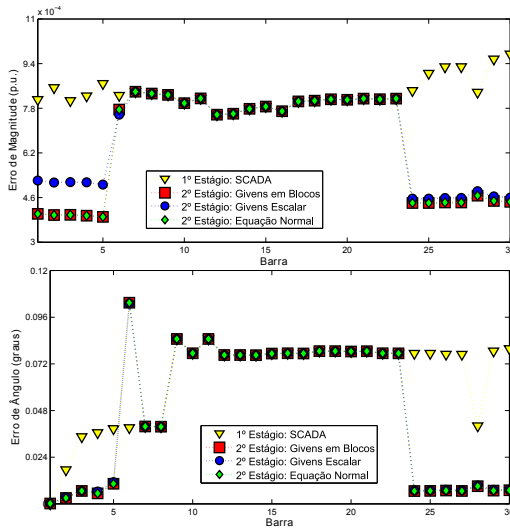


Figura 7.23 – Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 30 barras. PMUs nas barras 1, 2, 25 e 27.

A tabela 18 apresenta o erro vetorial total médio da Análise 3 do sistema IEEE 30 barras.

Tabela 18 – Erro vetorial total médio para a Análise 3 do sistema IEEE 30 barras

	1º Estágio	2º Estágio: Givens em Blocos	2º Estágio: Givens Escalar	2º Estágio: EqNorm Blocos
$\bar{\varepsilon}_{\vec{V}}$	$8,89 \times 10^{-3}$	$7,68 \times 10^{-3}$	$7,76 \times 10^{-3}$	$7,68 \times 10^{-3}$
$\sigma$	$4,25 \times 10^{-3}$	$3,34 \times 10^{-3}$	$3,27 \times 10^{-3}$	$3,34 \times 10^{-3}$

### • Sistema IEEE - 57 barras

O plano de medição para os sistemas SCADA e fasorial são os mesmos da Análise 1.B, já apresentados na Tabela 12. O sistema de medição fasorial sincronizada possui PMUs instaladas nas barras 1, 2, 9, 10, 32 e 36. A medida fasorial de **tensão** na barra 32 é portadora de erro grosseiro.

Na Figura 7.24 é apresentado um gráfico do erro absoluto médio de magnitude e ângulo por barra, considerando as cinquenta simulações da Análise 3.

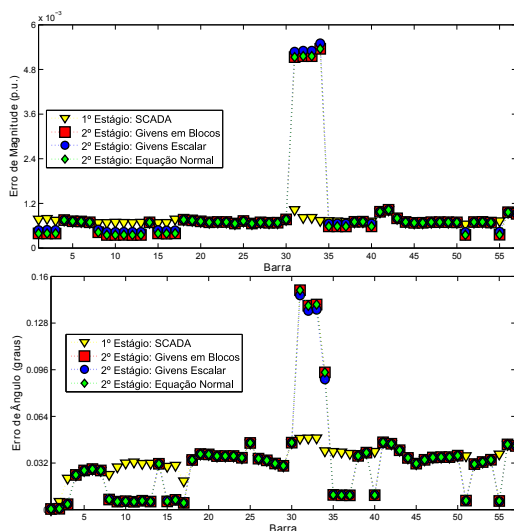


Figura 7.24 – Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 57 barras. PMUs nas barras 1, 2, 9, 10, 32 e 36.

A Tabela 19 apresenta o erro vetorial total médio da Análise 3 do sistema IEEE 57 barras.

Tabela 19 – Erro vetorial total médio para a Análise 3 do sistema IEEE 57 barras

	1º Estágio	2º Estágio: Givens em Blocos	2º Estágio: Givens Escalar	2º Estágio: EqNorm Blocos
$\bar{\varepsilon}_{\vec{V}}$	$7,85 \times 10^{-3}$	$1,32 \times 10^{-2}$	$1,35 \times 10^{-2}$	$1,32 \times 10^{-2}$
$\sigma$	$3,48 \times 10^{-3}$	$2,89 \times 10^{-3}$	$2,94 \times 10^{-3}$	$2,89 \times 10^{-3}$

### 7.6.1 Considerações para a Análise 3

Um eventual erro grosseiro em medida fasorial é capaz de degradar significativamente a estimativa do segundo estágio. Aparentemente, a medida de tensão fasorial (sistema IEEE 57 barras) teve um impacto mais significativo na degradação das estimativas. Entretanto, qualquer inferência a respeito do grau de degradação imposto por este erro grosseiro deve ser vista com cautela, uma vez que a estimativa final também depende das demais medidas fasoriais de boa qualidade e do grau de redundância do plano de medição SCADA nesta região.

A conclusão importante desta análise é que os erros em medidas fasoriais tem um grande impacto na estimativa final, uma vez que o peso atribuído a este tipo de medida é alto (medidores mais precisos). Neste caso, faz-se necessária a introdução de mecanismos de detecção de erros grosseiros no segundo estágio. Esta subfunção da estimação de estados pode ser beneficiada pelo uso do estimador baseados nas rotações de Givens em blocos, visto que as características estatísticas das medidas transformadas são preservadas. Este objetivo será perseguido em trabalhos futuros.

## 7.7 Análise 4: Medidas Fasoriais Complementando a Observabilidade

Nesta análise é avaliada a possibilidade de medidas fasoriais do segundo estágio restituírem a observabilidade a regiões não observáveis pelo plano de medição SCADA. Em cada uma das 50 simulações é atribuída uma pseudomedida (ou informação *a priori*) de 1 pu, ângulo  $0^\circ$ , a cada estado não observável no primeiro estágio. No segundo estágio, as unidades de medição fasorial são posicionadas estrategicamente de modo restituir a observabilidade a estas barras. O objetivo é avaliar a capacidade do plano de medição fasorial complementar a observabilidade do plano SCADA, quando da implementação do segundo estágio através dos três algoritmos.

### • Sistema IEEE - 14 barras

Na Figura 7.25 é apresentado o diagrama unifilar do sistema IEEE 14 barras e indicados os pontos de medição para o sistema SCADA e fasorial. As barras 10 e 11 não são observáveis pelo primeiro estágio. As unidades de medição fasorial estão instaladas nas barras 1, 10 e 11.



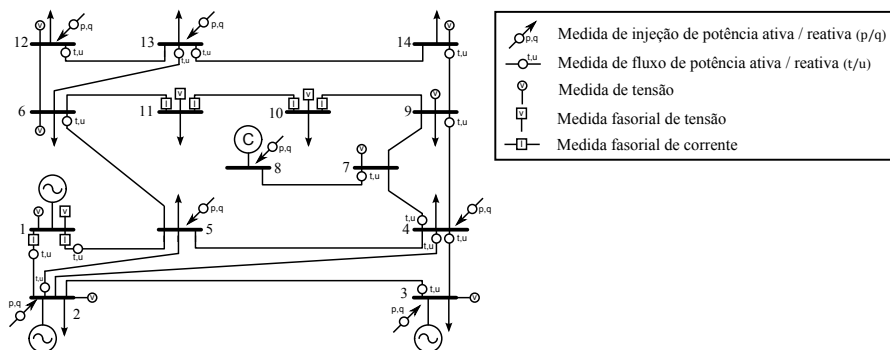


Figura 7.25 – Análise 4 - Plano de medição para o sistema IEEE 14 barras

Na Tabela 20 é apresentada a quantidade de medidas no plano de medição SCADA e fasorial no sistema IEEE 14 barras.

Tabela 20 – Análise 4 - Plano de medição para o sistema IEEE 14 barras

	SCADA ( $\rho_{SCADA} = 1, 8$ )					PMU ( $\rho_{PMU} = 0, 6$ )	
Tipo de Medida	$P$	$Q$	$ V $	$t$	$u$	$\vec{V}$	$\vec{I}$
Quantidade	7	7	8	14	14	3	6

A Tabela 21 apresenta o erro vetorial total médio da Análise 4 do sistema IEEE 14 barras.

Tabela 21 – Erro vetorial total médio para a Análise 4 do sistema IEEE 14 barras

	1º Estágio	2º Estágio: Givens em Blocos	2º Estágio: Givens Escalar	2º Estágio: EqNorm Blocos
$\bar{\epsilon}_{\vec{V}}$	$3,86 \times 10^{-1}$	$7,22 \times 10^{-3}$	$7,25 \times 10^{-3}$	$7,22 \times 10^{-3}$
$\sigma$	$1,9 \times 10^{-4}$	$3,23 \times 10^{-3}$	$3,24 \times 10^{-3}$	$3,23 \times 10^{-3}$

Na Figura 7.26 é apresentado um gráfico do erro absoluto médio de magnitude e ângulo por barra, considerando as cinquenta simulações da Análise 4. Estes resultados também são apresentados na Figura 7.27, porém com foco apenas nos resultados do segundo estágio.

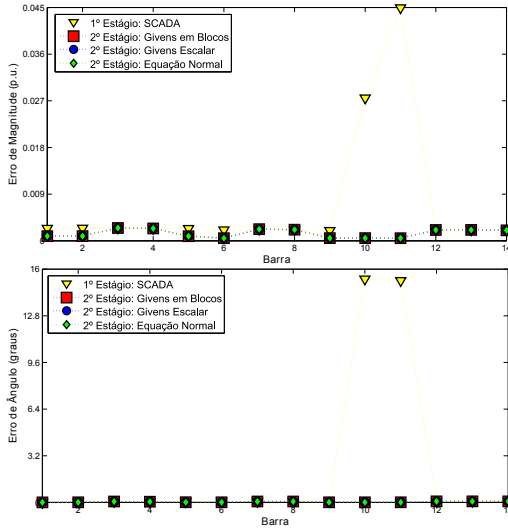


Figura 7.26 – Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 14 barras. PMUs nas barras 1, 10 e 11.

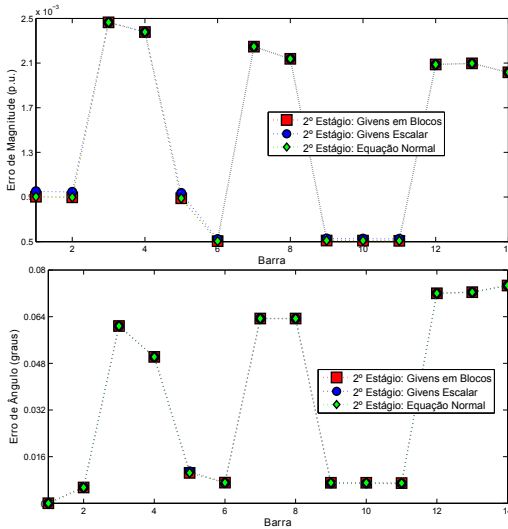


Figura 7.27 – Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 14 barras. PMUs nas barras 1, 10 e 11. Foco no 2º estágio.

### • Sistema IEEE - 30 barras

Na Figura 7.28 é apresentado o diagrama unifilar do sistema IEEE 30 barras e indicados os pontos de medição para o sistema SCADA e fasorial. As barras 18 e 19 não são observáveis pelo primeiro estágio. As unidades de medição fasorial estão instaladas nas barras 1, 18 e 19.

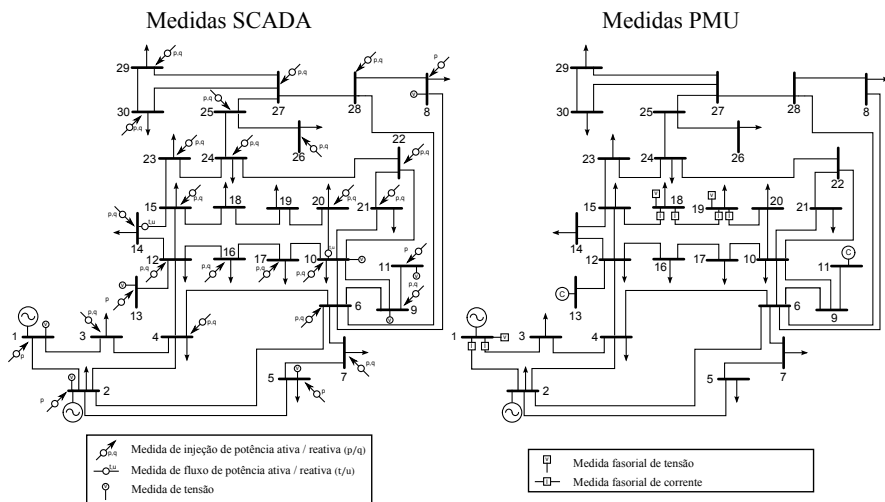


Figura 7.28 – Análise 4 - Plano de medição para o sistema IEEE 30 barras

Na Tabela 22 é apresentada a quantidade de medidas no plano de medição SCADA e fasorial no sistema IEEE 30 barras.

Tabela 22 – Análise 4 - Plano de medição para o sistema IEEE 30 barras

	SCADA ( $\rho_{SCADA} = 1, 0$ )					PMU ( $\rho_{PMU} = 0, 3$ )	
Tipo de Medida	$P$	$Q$	$ V $	$t$	$u$	$\vec{V}$	$\vec{I}$
Quantidade	28	22	8	2	2	3	6

Na Figura 7.29 é apresentado um gráfico do erro absoluto médio de magnitude e ângulo por barra, considerando as cinquenta simulações da Análise 4. Estes resultados também são apresentados na Figura 7.30, porém com foco apenas nos resultados do segundo estágio.

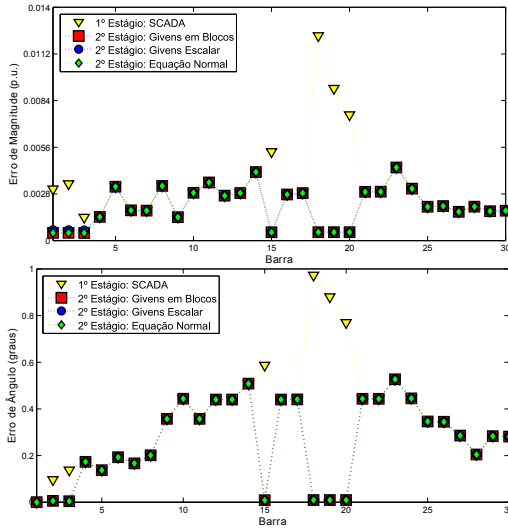


Figura 7.29 – Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 30 barras. PMUs nas barras 1, 18 e 19.

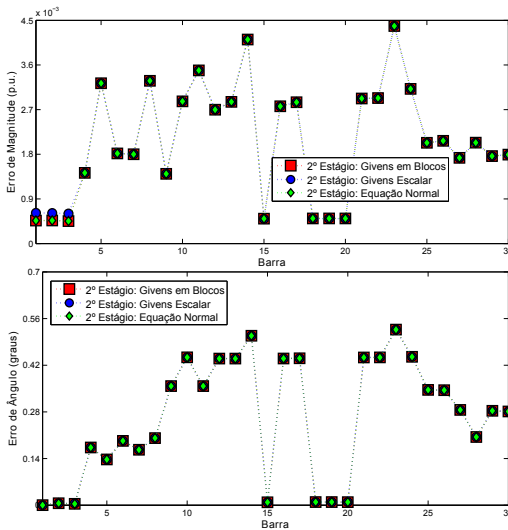


Figura 7.30 – Erro absoluto médio de (a) magnitude e (b) ângulo por barra para o sistema IEEE 30 barras. PMUs nas barras 1, 18 e 19. Foco no 2º estágio.

A Tabela 23 apresenta o erro vetorial total médio da Análise 4 do sistema IEEE 30 barras.

Tabela 23 – Erro vetorial total médio para a Análise 4 do sistema IEEE 30 barras

	1º Estágio	2º Estágio: Givens em Blocos	2º Estágio: Givens Escalar	2º Estágio: EqNorm Blocos
$\bar{\epsilon}_{\bar{V}}$	$5,2 \times 10^{-2}$	$3,47 \times 10^{-2}$	$3,47 \times 10^{-2}$	$3,47 \times 10^{-2}$
$\sigma$	$9,11 \times 10^{-3}$	$5,77 \times 10^{-3}$	$5,78 \times 10^{-3}$	$5,77 \times 10^{-3}$

### 7.7.1 Considerações para a Análise 4

Os resultados indicam que é possível restabelecer a observabilidade de alguma região não-observável pelo sistema SCADA através do posicionamento estratégico de medidas no plano de medição fasorial.

Os grandes erros de magnitude e ângulo de tensão nas barras não-observáveis do primeiro estágio são atribuídos à informação *a priori* de perfil plano de tensão (1 pu, ângulo 0°). Seria possível também a utilização de resultados de estimação em instantes anteriores ou resultados de estudos de fluxo potência. Estes dados são utilizados de forma a possibilitar a execução do primeiro estágio. Porém, devido à baixa precisão atribuída a eles, as estimativas afetadas são incorporadas ao segundo estágio com um peso muito baixo e os erros são totalmente filtrados pelo peso das medidas fasoriais.

As medidas fasoriais processadas no segundo estágio complementam a observabilidade do primeiro estágio. O erro final das estimativas dos estados não observáveis é correspondente ao grau de precisão atribuído ao sistema de medição fasorial.

A conclusão importante é que é possível restabelecer a observabilidade do sistema elétrico através da estratégia em dois estágios, sem prejuízo da qualidade final das estimativas.

## 7.8 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os resultados das simulações realizadas nos sistemas-teste de 14, 30 e 57 barras do IEEE. É avaliada a qualidade das estimativas obtidas pela estratégia de estimação de estados em dois estágio. O segundo estágio é implementado através dos seguintes métodos: ortogonal baseado nas rotações de Givens em

blocos, ortogonal baseado nas rotações de Givens escalares e método da equação normal com ponderação em blocos.

Resultados numéricos indicam que a modelagem estatística mais completa, que se torna possível através do método de Givens em blocos e do método da equação normal com ponderação em blocos, tende a fornecer estimativas mais precisas que aquelas obtidas com o estimador baseado nas rotações de Givens escalares. Adicionalmente, espera-se que o método proposto seja menos suscetível a problemas de instabilidade numérica quando comparado com o método da equação normal com ponderação em blocos.

Independentemente do método utilizado no segundo estágio, os resultados indicam que as medidas fasoriais melhoram a qualidade final das estimativas e podem complementar a observabilidade do sistema. Adicionalmente, não há justificativa razoável para a utilização da técnica de correção de polarizações (“bias”) na média dos erros. Também foi evidenciada a necessidade de explorar a detecção e identificação de erros grosseiros no segundo estágio.

## 8 CONCLUSÃO

### 8.1 Considerações Finais

O sistema de medição fasorial sincronizada tornou possível a medição direta de fasores de sequência positiva de tensão e corrente nos sistemas elétricos de potência. Estas medidas são obtidas em subestações geograficamente distantes através das unidades de medição fasorial (PMUs - *Phasor Measurement Units*), cuja referência de tempo é fornecida pelo sistema de posicionamento global (GPS).

À medida que as PMUs se tornam disponíveis, a operação e o controle devem evoluir com o objetivo de tirar proveito desta nova tecnologia. Nesse contexto, é oportuno reavaliar os algoritmos de estimação de estados e incluir as medidas fasoriais no conjunto de dados processado por esta ferramenta.

Os estimadores de estados normalmente processam medidas provenientes do sistema SCADA, cuja infraestrutura se consolidou nas últimas décadas como a base da monitoração em tempo real. Desse modo, é improvável que o sistema de medição fasorial sincronizada venha a substituir completamente as medidas tradicionais obtidas através do sistema SCADA. Um cenário mais realista é que, gradualmente, as medidas fasoriais sejam incorporada aos aplicativos do EMS, tornando possível combinar diferentes sistemas de medição em diversas ferramentas.

Nesta dissertação é abordado o problema da inclusão de medidas fasoriais na estimação de estados. Diversos esforços já foram empreendidos no sentido de combinar as medidas do sistemas SCADA e fasorial em um mesmo algoritmo [55,56]. Entretanto, a maior parte dessas abordagens implicam na substituição e atualização dos aplicativos e da infraestrutura de aquisição de dados já implantadas nos centros de operação. A alternativa proposta neste trabalho consiste em uma estratégia de estimação de estados em dois estágios [59,60]. O primeiro estágio é um estimador de estados tradicional (medidas SCADA), sem qualquer modificação. O segundo estágio é formado por um estimador que processa as medidas fasoriais combinando-as com o resultado do primeiro estágio, de modo a obter, em uma etapa de pós processamento, a estimativa final combinada dos dois planos de medição.

O segundo estágio é formulado em coordenadas retangulares, resultando em uma relação linear entre os estados e as medidas fasoriais [60]. As estimativas resultantes do primeiro estágio também

têm uma relação linear com os estados, uma vez que o seu modelo de medição é o mesmo dos fasores de tensão. A vantagem da linearidade é que não é necessário recorrer a métodos iterativos e a solução é obtida de forma direta, independente do algoritmo. A contrapartida da mudança do sistema de coordenadas é que as características estatísticas das medidas (e dos resultados do primeiro estágio) são alteradas. Após a transformação, os erros da parte real e imaginária se tornam correlacionados, a função densidade de probabilidade deixa de ser Gaussiana e a média dos erros nos dados de medição se torna enviesada.

A modificação da função densidade de probabilidade dos erros não altera a otimalidade da solução [53] e o desvio na média dos erros pode ser compensado através da correção desenvolvida em [61]. Por outro lado, a correlação entre a parte real e imaginária dos erros deve ser considerada na formulação do segundo estágio. Além disso, no segundo estágio, a matriz de observação e as matrizes de covariância apresentam uma estrutura em blocos  $2 \times 2$ .

A estratégia em dois estágios foi implementada em [60] através do método da equação normal e em [59] através do método ortogonal baseado nas rotações de Givens. O método da equação normal está sujeito à instabilidade numérica. Já o método baseado nas rotações de Givens escalares não é capaz de considerar a correlação entre os erros de medição. A motivação do desenvolvimento desta dissertação foi a possibilidade de considerar a correlação entre os erros em um estimador de estados ortogonal. Os estimadores ortogonais se caracterizam pela robustez numérica e, adicionalmente, tem a propriedade de incorporar informações prévias a respeito dos estados sem custo computacional. Os resultados do primeiro estágio são incorporados ao segundo através do conceito de informações *a priori* sobre as variáveis de estado.

Em face das características estatísticas e estruturais do problema do segundo estágio, é desenvolvido nesta dissertação um estimador de estados baseados nas rotações de Givens em blocos. Neste método, cada par de linhas da matriz de observação (referentes à parte real e imaginária de uma medida) recebe uma ponderação matricial  $2 \times 2$  e, em cada rotação, os blocos  $2 \times 2$  da matriz de observação são anulados considerando a correlação entre parte real e imaginária.

O estimador de estados baseados nas rotações de Givens em blocos é um desenvolvimento próprio deste trabalho e atende às características do problema do segundo estágio sem abrir mão da robustez numérica. Este método foi desenvolvido a partir da forma em blocos das rotações rápidas de Givens, também um desenvolvimento próprio deste trabalho. A utilização das rotações de Givens em blocos não se



restringe à estimação de estados e não se contempla qualquer impedimento ao seu uso em outras classes de problemas de mínimos quadrados ponderados.

Resultados numéricos indicam melhoria na qualidade dos estados estimados quando a correlação entre os erros é considerada, ou seja, quando o segundo estágio é solucionado através do método baseado nas rotações de Givens em blocos ou pelo método da equação normal. Estes dois métodos solucionam exatamente o mesmo problema e os resultados foram idênticos em todas as simulações. É esperada uma diferenciação da qualidade das estimativas, a favor do método em blocos, à medida que o problema do segundo estágio adquira características de instabilidade numérica, embora esta situação não tenha sido simulada. O estimador baseado nas rotações de Givens tradicionais não é capaz de considerar a correlação entre os erros, deteriorando ligeiramente a qualidade dos estados estimados.

A técnica de correção de polarizações (“bias”) na média dos erros proporcionou uma melhora muito discreta na qualidade final das estimativas, e nos casos simulados, não há justificativa prática para esta correção. Também foi evidenciada a necessidade de explorar a detecção e identificação de erros grosseiros no segundo estágio. Este mecanismo pode ser beneficiado pelo uso do estimador baseado nas rotações de Givens em blocos, uma vez que este algoritmo preserva as características estatísticas das medidas transformadas. As simulações também indicam que o posicionamento estratégico das PMUs é capaz de restituir observabilidade a regiões inicialmente não observáveis pelas medidas do sistema SCADA.

O método baseado nas rotações de Givens em blocos se mostrou adequado à aplicação no segundo estágio da estratégia em dois estágios para inclusão de medidas fasoriais na estimação de estados. Diversas simulações em sistemas-teste indicam que a modelagem estatística mais completa, que se torna possível através do método de Givens em blocos, tende a fornecer estimativas de melhor qualidade. Adicionalmente, o método desenvolvido mantém a robustez numérica característica dos métodos ortogonais.

Até o presente momento, resultados parciais associados à pesquisa desenvolvida nesta dissertação foram relatados em dois artigos apresentados em congressos nacionais e internacionais [64, 65].

## 8.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

O desenvolvimento deste trabalho constitui um estudo inicial do estimador de estados ortogonal baseado nas rotações de Givens em blocos. Embora diversos aspectos relevantes tenham sido abordados, alguns tópicos são sugeridos como tema para pesquisas futura:

- Análise aprofundada das características numéricas do algoritmo baseado nas rotações de Givens em blocos, como por exemplo: robustez numérica, convergência, etc;
- Desenvolvimento de uma ferramenta de detecção, identificação e correção de erros grosseiros no segundo estágio;
- Aprimoramento da conversão para coordenadas retangulares da matriz de covariância dos estados estimados do primeiro estágio, de modo a ser possível transformar (e considerar) a correlação entre os erros de estimação da tensão complexa entre barras distintas;
- Aplicação do método de Givens em blocos em outras classes de problemas de mínimos quadrados ponderados;
- Avaliação da possibilidade de estender as rotações de Givens em blocos para a versão rápida com dois multiplicadores matriciais. Neste trabalho foi feita a extensão para três multiplicadores matriciais;
- Avaliação da possibilidade de estender as rotações rápidas de Givens em blocos de forma generalizada, considerando o processamento de blocos  $3 \times 3$ ,  $4 \times 4$ , etc. Contempla-se a utilização deste método para solução de sistemas trifásicos de equações.

## **APÊNDICE A - Modelo dos Elementos da Rede e Medidas**



Na Figura A.1 é apresentado o modelo  $\pi$  de um ramo interligando as barras  $k$  e  $m$ , onde  $r_{km}$  é a resistência série,  $x_{km}$  é a reatância série e  $b_{km0}$  é a susceptância shunt na barra  $k$ .

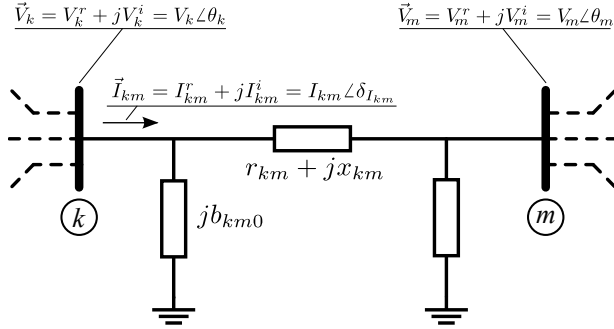


Figura A.1 – Modelo de linha de transmissão e transformadores.

A impedância série entre as barras  $k$  e  $m$  é dada por:

$$z_{km} = r_{km} + jx_{km} \quad (\text{A.1})$$

e a admitância série por:

$$y_{km} = g_{km} + jb_{km} = z_{km}^{-1} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} - j \frac{x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (\text{A.2})$$

A injeção líquida de corrente nas barras pode ser expressa de forma matricial em função das tensões complexas. Esta relação é dada por:

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y}\mathbf{E} \quad (\text{A.3a})$$

onde,

$$\mathbf{Y} = \mathbf{G} + j\mathbf{B} \quad (\text{A.3b})$$

$\mathbf{I}$  é o vetor das injeções líquidas de corrente nas barras cujo  $k$  –ésimo elemento  $\vec{I}_k = \sum_{m \in \Omega_k} \vec{I}_{km}$ , onde  $\Omega_k$  é o conjunto de todas as barras adjacentes à barra  $k$ .  $\mathbf{E}$  é o vetor das tensões complexas nas barras, cujo  $k$  –ésimo elemento  $\vec{V}_k = V_k \angle \theta_k$ .  $\mathbf{Y}$  é a matriz de admitância nodal da rede elétrica, também conhecida como matriz Y-barra, cujo  $km$  –ésimo elemento  $Y_{km} = Y_{km} + B_{km}$ . Adicionalmente, a diferença angular entre as tensões fasoriais nas barras  $k$  e  $m$  é dada por  $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$ .

A relação matemática entre as grandezas elétricas medidas e os estados do sistema (considerados na forma tradicional, em coordenadas polares) são as seguintes [40]:

- **Magnitude de Tensão**

→ *Função da medida:*

É a própria tensão  $V_k$ .

→ *Derivadas parciais de primeira ordem:*

$$\frac{\partial V_k}{\partial \theta_k} = 0 \qquad \frac{\partial V_k}{\partial \theta_m} = 0 \qquad (A.4)$$

$$\frac{\partial V_k}{\partial V_k} = 1 \qquad \frac{\partial V_k}{\partial V_m} = 0 \qquad (A.5)$$

- **Fluxo de Potência Ativa**

→ *Função da medida:*

$$t_{km} = V_k^2 g_{km} - V_k V_m [g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km})] \qquad (A.6)$$

→ *Derivadas parciais de primeira ordem:*

$$\frac{\partial t_{km}}{\partial \theta_k} = V_k V_m [g_{km} \sin(\theta_{km}) - b_{km} \cos(\theta_{km})] \qquad (A.7)$$

$$\frac{\partial t_{km}}{\partial \theta_m} = -V_k V_m [g_{km} \sin(\theta_{km}) - b_{km} \cos(\theta_{km})] \qquad (A.8)$$

$$\frac{\partial t_{km}}{\partial V_k} = 2g_{km} V_k - V_m [g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km})] \qquad (A.9)$$

$$\frac{\partial t_{km}}{\partial V_m} = -V_k [g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km})] \qquad (A.10)$$

- **Fluxo de Potência Reativa**

→ *Função da medida:*

$$\begin{aligned} u_{km} = & -V_k^2 [b_{km} + b_{km0}] \\ & - V_k V_m [g_{km} \sin(\theta_{km}) - b_{km} \cos(\theta_{km})] \end{aligned} \qquad (A.11)$$

→ *Derivadas parciais de primeira ordem:*

$$\frac{\partial u_{km}}{\partial \theta_k} = -V_k V_m [g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km})] \qquad (A.12)$$

$$\frac{\partial u_{km}}{\partial \theta_m} = V_k V_m [g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km})] \qquad (A.13)$$

$$\frac{\partial u_{km}}{\partial V_k} = -2(b_{km} + b_{km0}) V_k - V_m [g_{km} \sin(\theta_{km}) - b_{km} \cos(\theta_{km})] \qquad (A.14)$$

$$\frac{\partial u_{km}}{\partial V_m} = -V_k [g_{km} \sin(\theta_{km}) - b_{km} \cos(\theta_{km})] \qquad (A.15)$$

- **Fasor Tensão**

→ *Função da medida:*

É a própria tensão  $V_k$  e o ângulo  $\theta_k$ .

→ *Derivadas parciais de primeira ordem:*

$$\frac{\partial V_k}{\partial \theta_k} = 0 \qquad \frac{\partial V_k}{\partial \theta_m} = 0 \qquad (\text{A.16})$$

$$\frac{\partial V_k}{\partial V_k} = 1 \qquad \frac{\partial V_k}{\partial V_m} = 0 \qquad (\text{A.17})$$

$$\frac{\partial \theta_k}{\partial \theta_k} = 1 \qquad \frac{\partial \theta_k}{\partial \theta_m} = 0 \qquad (\text{A.18})$$

$$\frac{\partial \theta_k}{\partial V_k} = 0 \qquad \frac{\partial \theta_k}{\partial V_m} = 0 \qquad (\text{A.19})$$

- **Injeção de Potência Ativa**

→ *Função da medida:*

$$P_k = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m [G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})] \qquad (\text{A.20})$$

→ *Derivadas parciais de primeira ordem:*

$$\frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = -V_k^2 B_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} V_k V_m [-G_{km} \sin(\theta_{km}) + B_{km} \cos(\theta_{km})] \qquad (\text{A.21})$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} = V_k V_m [G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})] \qquad (\text{A.22})$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial V_k} = V_k G_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} V_m [G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})] \qquad (\text{A.23})$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial V_m} = V_k [G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})] \qquad (\text{A.24})$$

- **Injeção de Potência Reativa**

→ *Função da medida:*

$$Q_k = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m [G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})] \qquad (\text{A.25})$$

→ *Derivadas parciais de primeira ordem:*

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = -V_k^2 G_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} V_k V_m [G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})] \qquad (\text{A.26})$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} = V_k V_m [-G_{km} \cos(\theta_{km}) - B_{km} \sin(\theta_{km})] \qquad (\text{A.27})$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = -V_k B_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} V_m [G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})] \qquad (\text{A.28})$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial V_m} = V_k [G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})] \qquad (\text{A.29})$$

Apesar da grande disponibilidade de medidas de magnitude de corrente, utilizadas principalmente para proteção, a sua inclusão direta na estimação de estados pode resultar em dificuldades de convergência, instabilidade numérica [40]. Uma formulação alternativa que soluciona grande parte destas dificuldades é considerar o quadrado do módulo da corrente e consequentemente ponderar esta medida pelo dobro de sua variância [40]. A mesma dificuldade ocorre com medidas de fasores de corrente, acrescida do problema do cálculo das derivadas parciais do ângulo em relação às variáveis de estado [3, 66]. A alternativa é converter o fasor medido para coordenadas retangulares e obter a relação com as variáveis de estado em coordenadas polares [3, 66].

### • Módulo de Corrente

→ *Função da medida:*

$$I_{km} = \sqrt{(a_k - a_m)^2 + (b_k - b_m)^2} \quad (\text{A.30})$$

$$I_{km}^2 = (a_k - a_m)^2 + (b_k - b_m)^2 \quad (\text{A.31})$$

onde,

$$a_k \triangleq V_k \cos(\theta_k) G_{kk} - V_k \sin(\theta_k) B_{kk} \quad (\text{A.32})$$

$$b_k \triangleq V_k \cos(\theta_k) B_{kk} + V_k \sin(\theta_k) G_{kk} \quad (\text{A.33})$$

$$a_m \triangleq V_m \cos(\theta_m) G_{km} - V_m \sin(\theta_m) B_{km} \quad (\text{A.34})$$

$$b_m \triangleq V_m \cos(\theta_m) B_{km} + V_m \sin(\theta_m) G_{km} \quad (\text{A.35})$$

→ *Derivadas parciais de primeira ordem:*

$$\frac{\partial I_{km}^2}{\partial \theta_k} = 2(b_k a_m - a_k b_m) \quad (\text{A.36})$$

$$\frac{\partial I_{km}^2}{\partial \theta_m} = 2(a_k b_m - b_k a_m) \quad (\text{A.37})$$

$$\frac{\partial I_{km}^2}{\partial V_k} = \frac{2}{V_k} [a_k(a_k - a_m) + b_k(b_k - b_m)] \quad (\text{A.38})$$

$$\frac{\partial I_{km}^2}{\partial V_m} = -\frac{2}{V_m} [a_m(a_k - a_m) + b_m(b_k - b_m)] \quad (\text{A.39})$$

### • Fasor Corrente

→ *Função da medida:*

$$I_{km}^r = I_{km} \cos(\delta_{I_{km}}) \quad (\text{A.40})$$

$$= a_k - a_m \quad (\text{A.41})$$

$$I_{km}^i = I_{km} \sin(\delta_{I_{km}}) \quad (\text{A.42})$$

$$= b_k - b_m \quad (\text{A.43})$$



→ *Derivadas parciais de primeira ordem:*

$$\frac{\partial I_{km}^r}{\partial \theta_k} = -b_k \qquad \frac{\partial I_{km}^r}{\partial \theta_m} = b_m \qquad (\text{A.44})$$

$$\frac{\partial I_{km}^r}{\partial V_k} = \frac{a_k}{V_k} \qquad \frac{\partial I_{km}^r}{\partial V_m} = -\frac{a_m}{V_m} \qquad (\text{A.45})$$

$$\frac{\partial I_{km}^i}{\partial \theta_k} = a_k \qquad \frac{\partial I_{km}^i}{\partial \theta_m} = -a_m \qquad (\text{A.46})$$

$$\frac{\partial I_{km}^i}{\partial V_k} = \frac{b_k}{V_k} \qquad \frac{\partial I_{km}^i}{\partial V_m} = -\frac{b_m}{V_m} \qquad (\text{A.47})$$



## **ANEXO A - Sistema teste IEEE 14 barras**



Tabela 24 – Dados de Barra do Sistema IEEE 14 Barras

no	tipo	V (pu)	Pg (MW)	Qg (Mvar)	Qg <sub>mín</sub> (Mvar)	Qg <sub>máx</sub> (Mvar)	Pl (MW)	Ql (Mvar)	Suceptância Shunt (pu)
1	2	1.060	232.4		-999.0	999.0	0.0	0.0	0.0
2	1	1.045	40.0		-999.0	999.0	21.7	12.7	0.0
3	1	1.010	0.0		-999.0	999.0	94.2	19.0	0.0
4	0		0.0	0.0	0.0	0.0	47.8	-3.9	0.0
5	0		0.0	0.0	0.0	0.0	7.6	1.6	0.0
6	1	1.070	0.0		-999.0	999.0	11.2	7.5	0.0
7	0		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	1	1.090	0.0		-999.0	999.0	0.0	0.0	0.0
9	0		0.0	0.0	0.0	0.0	29.5	16.6	0.0
10	0		0.0	0.0	0.0	0.0	9.0	5.8	0.0
11	0		0.0	0.0	0.0	0.0	3.5	1.8	0.0
12	0		0.0	0.0	0.0	0.0	6.1	1.6	0.0
13	0		0.0	0.0	0.0	0.0	13.5	5.8	0.0
14	0		0.0	0.0	0.0	0.0	14.9	5.0	0.0

Tabela 25 – Dados de Linha do Sistema IEEE 14 Barras

de	para	R (%pu)	X (%pu)	Suceptância Shunt (%pu)
1	2	1.94	5.92	5.280
1	5	5.40	22.30	4.920
2	3	4.70	19.80	4.380
2	4	5.81	17.63	3.400
2	5	5.70	17.39	3.460
3	4	6.70	17.10	1.280
4	5	1.34	4.21	0.000
4	7	0.00	20.91	0.000
4	9	0.00	55.62	0.000
5	6	0.00	25.20	0.000
6	11	9.50	19.89	0.000
6	12	12.29	25.58	0.000
6	13	6.62	13.03	0.000
7	8	0.00	17.61	0.000
7	9	0.00	11.00	0.000
9	10	3.18	8.45	0.000
9	14	12.71	27.04	0.000
10	11	8.21	19.21	0.000
12	13	22.09	19.99	0.000
13	14	17.09	34.80	0.000



## **ANEXO B – Sistema teste IEEE 30 barras**





Tabela 26 – Dados de Barra do Sistema IEEE 30 Barras

no	tipo	V (pu)	Pg (MW)	Qg (Mvar)	Qg <sub>min</sub> (Mvar)	Qg <sub>máx</sub> (Mvar)	Pl (MW)	Ql (Mvar)	Suceptância Shunt (pu)
1	2	1.060	260.2		-999.0	999.0	0.0	0.0	0.0
2	1	1.045	40.0		-999.0	999.0	21.7	12.7	0.0
3	0		0.0	0.0	0.0	0.0	2.4	1.2	0.0
4	0		0.0	0.0	0.0	0.0	7.6	1.6	0.0
5	1	1.010	0.0		-999.0	999.0	94.2	19.0	0.0
6	0		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7	0		0.0	0.0	0.0	0.0	22.8	10.9	0.0
8	1	1.010	0.0		-999.0	999.0	30.0	30.0	0.0
9	0		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
10	0		0.0	0.0	0.0	0.0	5.8	2.0	0.0
11	1	1.082	0.0		-999.0	999.0	0.0	0.0	0.0
12	0		0.0	0.0	0.0	0.0	11.2	7.5	0.0
13	1	1.071	0.0		-999.0	999.0	0.0	0.0	0.0
14	0		0.0	0.0	0.0	0.0	6.2	1.6	0.0
15	0		0.0	0.0	0.0	0.0	8.2	2.5	0.0
16	0		0.0	0.0	0.0	0.0	3.5	1.8	0.0
17	0		0.0	0.0	0.0	0.0	9.0	5.8	0.0
18	0		0.0	0.0	0.0	0.0	3.2	0.9	0.0
19	0		0.0	0.0	0.0	0.0	9.5	3.4	0.0
20	0		0.0	0.0	0.0	0.0	2.2	0.7	0.0
21	0		0.0	0.0	0.0	0.0	17.5	11.2	0.0
22	0		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
23	0		0.0	0.0	0.0	0.0	3.2	1.6	0.0
24	0		0.0	0.0	0.0	0.0	8.7	6.7	0.0
25	0		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
26	0		0.0	0.0	0.0	0.0	3.5	2.3	0.0
27	0		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
28	0		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
29	0		0.0	0.0	0.0	0.0	2.4	0.9	0.0
30	0		0.0	0.0	0.0	0.0	10.6	1.9	0.0

Tabela 27 – Dados de Linha do Sistema IEEE 30 Barras

de	para	R (%pu)	X (%pu)	Suceptância Shunt (%pu)
1	2	1.92	5.75	5.28
1	3	4.52	16.52	4.08
2	4	5.70	17.37	3.68
3	4	1.32	3.79	0.84
2	5	4.72	19.83	4.18
2	6	5.81	17.63	3.74
4	6	1.19	4.14	0.90
5	7	4.60	11.60	2.04
6	7	2.67	8.20	1.70
6	8	1.20	4.20	0.90
6	9	0.0	20.80	0.00
6	10	0.0	55.60	0.00
9	11	0.0	20.80	0.00
9	10	0.0	11.00	0.00
4	12	0.0	25.60	0.00
12	13	0.0	14.00	0.00
12	14	12.31	25.59	0.00
12	15	6.62	13.04	0.00
12	16	9.45	19.87	0.00
14	15	22.10	19.97	0.00
16	17	5.24	19.23	0.00
15	18	10.73	21.85	0.00
18	19	6.39	12.92	0.00
19	20	3.40	6.80	0.00
10	20	9.36	20.90	0.00
10	17	3.24	8.45	0.00
10	21	3.48	7.49	0.00
10	22	7.27	14.99	0.00
21	22	1.16	2.36	0.00
15	23	10.00	20.20	0.00
22	24	11.50	17.90	0.00
23	24	13.20	27.00	0.00
24	25	18.85	32.92	0.00
25	26	25.44	38.00	0.00
25	27	10.93	20.87	0.00
28	27	0.0	39.60	0.00
27	29	21.98	41.53	0.00
27	30	32.02	60.27	0.00
29	30	23.99	45.33	0.00
8	28	6.36	20.00	4.28
6	28	1.69	5.99	1.30

## **ANEXO C - Sistema teste IEEE 57 barras**



Tabela 29 – Dados de Linha do Sistema IEEE 57 Barras

de	para	R (%pu)	X (%pu)	Suceptância Shunt (%pu)
1	2	0.83	2.80	12.900
1	15	1.78	9.10	9.880
1	16	4.54	20.60	5.460
1	17	2.38	10.80	2.860
2	3	2.98	8.50	8.180
3	4	1.12	3.66	3.800
3	15	1.62	5.30	5.440
4	5	6.25	13.20	2.580
4	6	4.30	14.80	3.480
4	18	0.00	24.23	0.000
5	6	3.02	6.41	1.240
6	7	2.00	10.20	2.760
6	8	3.39	17.30	4.700
7	8	1.39	7.12	1.940
7	29	0.00	6.48	0.000
8	9	0.99	5.05	5.480
9	10	3.69	16.79	4.400
9	11	2.58	8.48	2.180
9	12	6.48	29.50	7.720
9	13	4.81	15.80	4.060
9	55	0.00	12.05	0.000
10	12	2.77	12.62	3.280
10	51	0.00	7.12	0.000
11	13	2.23	7.32	1.880
11	41	0.00	74.90	0.000
11	43	0.00	15.30	0.000
12	13	1.78	5.80	6.040
12	16	1.80	8.13	2.160
12	17	3.97	17.90	4.760
13	14	1.32	4.34	1.100
13	15	2.69	8.69	2.300
13	49	0.00	19.10	0.000
14	15	1.71	5.47	1.480
14	46	0.00	7.35	0.000
15	45	0.00	10.42	0.000
18	19	46.10	68.50	0.000
19	20	28.30	43.40	0.000
20	21	0.00	77.67	0.000
21	22	7.36	11.70	0.000
22	23	0.99	1.52	0.000
22	38	1.92	2.95	0.000
23	24	16.60	25.60	0.840
24	25	0.00	60.28	0.000
24	26	0.00	4.73	0.000
25	30	13.50	20.20	0.000
26	27	16.50	25.40	0.000
27	28	6.18	9.54	0.000
28	29	4.18	5.87	0.000
29	52	14.42	18.70	0.000
30	31	32.60	49.70	0.000
31	32	50.70	75.50	0.000
32	33	3.92	3.60	0.000
32	34	0.00	95.30	0.000
34	35	5.20	7.80	0.320
35	36	4.30	5.37	0.160
36	37	2.90	3.66	0.000
36	40	3.00	4.66	0.000

Tabela 29 – Dados de Linha do Sistema IEEE 57 Barras

de	para	R (%pu)	X (%pu)	Suceptância Shunt (%pu)
37	38	6.51	10.09	0.200
37	39	2.39	3.79	0.000
38	44	2.89	5.85	0.200
38	48	3.12	4.82	0.000
38	49	11.50	17.70	0.300
39	57	0.00	135.50	0.000
40	56	0.00	119.50	0.000
41	42	20.70	35.20	0.000
41	43	0.00	41.20	0.000
41	56	55.30	54.90	0.000
42	56	21.25	35.40	0.000
44	45	6.24	12.42	0.400
46	47	2.30	6.80	0.320
47	48	1.82	2.33	0.000
48	49	8.34	12.90	0.480
49	50	8.01	12.80	0.000
50	51	13.86	22.00	0.000
52	53	7.62	9.84	0.000
53	54	18.78	23.20	0.000
54	55	17.32	22.65	0.000
56	57	17.40	26.00	0.000

Tabela 28 – Dados de Barra do Sistema IEEE 57 Barras

no	tipo	V (pu)	P <sub>g</sub> (MW)	Q <sub>g</sub> (Mvar)	Q <sub>gmin</sub> (Mvar)	Q <sub>gmax</sub> (Mvar)	P <sub>I</sub> (MW)	Q <sub>I</sub> (Mvar)	Susceptância Shunt (pu)
1	2	1.040	128.9		-999.0	999.0	55.0	17.0	0.0
2	1	1.010	0.0		-999.0	999.0	3.0	88.0	0.0
3	1	0.985	40.0		-999.0	999.0	41.0	21.0	0.0
4	0		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	0		0.0	0.0	0.0	0.0	13.0	4.0	0.0
6	1	0.980	0.0		-999.0	999.0	75.0	2.0	0.0
7	0		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	1	1.005	450.0		-999.0	999.0	150.0	22.0	0.0
9	1	0.980	0.0		-999.0	999.0	121.0	26.0	0.0
10	0		0.0	0.0	0.0	0.0	5.0	2.0	0.0
11	0		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
12	1	1.015	310.0		-999.0	999.0	377.0	24.0	0.0
13	0		0.0	0.0	0.0	0.0	18.0	2.3	0.0
14	0		0.0	0.0	0.0	0.0	10.5	5.3	0.0
15	0		0.0	0.0	0.0	0.0	22.0	5.0	0.0
16	0		0.0	0.0	0.0	0.0	43.0	3.0	0.0
17	0		0.0	0.0	0.0	0.0	42.0	8.0	0.0
18	0		0.0	0.0	0.0	0.0	27.2	9.8	0.0
19	0		0.0	0.0	0.0	0.0	3.3	0.6	0.0
20	0		0.0	0.0	0.0	0.0	2.3	1.0	0.0
21	0		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
22	0		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
23	0		0.0	0.0	0.0	0.0	6.3	2.1	0.0
24	0		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
25	0		0.0	0.0	0.0	0.0	6.3	3.2	0.0
26	0		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
27	0		0.0	0.0	0.0	0.0	9.3	0.5	0.0
28	0		0.0	0.0	0.0	0.0	4.6	2.3	0.0
29	0		0.0	0.0	0.0	0.0	17.0	2.6	0.0
30	0		0.0	0.0	0.0	0.0	3.6	1.8	0.0
31	0		0.0	0.0	0.0	0.0	5.8	2.9	0.0
32	0		0.0	0.0	0.0	0.0	1.6	0.8	0.0
33	0		0.0	0.0	0.0	0.0	3.8	1.9	0.0
34	0		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
35	0		0.0	0.0	0.0	0.0	6.0	3.0	0.0
36	0		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
37	0		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
38	0		0.0	0.0	0.0	0.0	14.0	7.0	0.0
39	0		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
40	0		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
41	0		0.0	0.0	0.0	0.0	6.3	3.0	0.0
42	0		0.0	0.0	0.0	0.0	7.1	4.4	0.0
43	0		0.0	0.0	0.0	0.0	2.0	1.0	0.0
44	0		0.0	0.0	0.0	0.0	12.0	1.8	0.0
45	0		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
46	0		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
47	0		0.0	0.0	0.0	0.0	29.7	11.6	0.0
48	0		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
49	0		0.0	0.0	0.0	0.0	18.0	8.5	0.0
50	0		0.0	0.0	0.0	0.0	21.0	10.5	0.0
51	0		0.0	0.0	0.0	0.0	18.0	5.3	0.0
52	0		0.0	0.0	0.0	0.0	4.9	2.2	0.0
53	0		0.0	0.0	0.0	0.0	20.0	10.0	0.0
54	0		0.0	0.0	0.0	0.0	4.1	1.4	0.0
55	0		0.0	0.0	0.0	0.0	6.8	3.4	0.0
56	0		0.0	0.0	0.0	0.0	7.6	2.2	0.0
57	0		0.0	0.0	0.0	0.0	6.7	2.0	0.0





## REFERÊNCIAS

- [1] ABNT. *NBR 6856 - Transformador de corrente*. [S.l.], 1992.
- [2] ONS. *Submódulo 2.7 Requisitos de telessupervisão para a operação*. Procedimentos de rede. [S.l.].
- [3] PHADKE, A.; THORP, J. *Synchronized phasor measurements and their applications*. [S.l.]: Springer, 2008.
- [4] SCHWEITZER ENGINEERING LABORATORIES. *SEL-3373 Station phasor data concentrator (PDC)*. [S.l.].
- [5] SANTOS, H. C. T. Estrutura e função dos centros de controle do ONS. *ABINEE TEC*, 2007.
- [6] ONS. *Procedimentos de rede*. [S.l.].
- [7] SCHWEPPE, F.; WILDES, J. Power system static-state estimation, Part I: Exact model. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, n. 1, p. 120–125, 1970.
- [8] SCHWEPPE, F.; ROM, D. Power system static-state estimation, Part II: Approximate model. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 1, p. 125–130, 1970.
- [9] SCHWEPPE, F. Power system static-state estimation, Part III: Implementation. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 1, p. 130–135, 1970.
- [10] VAN CUTSEM, T.; RIBBENS-PAVELLA, M.; MILI, L. Hypothesis testing identification: A new method for bad data analysis in power system state estimation. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 11, p. 3239–3252, 1984.
- [11] HANDSCHIN, E.; SCHWEPPE, F.; KOHLAS, J.; FIECHTER, A. Bad data analysis for power system state estimation. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 94, n. 2, p. 329–337, 1975.
- [12] MONTICELLI, A.; GARCIA, A. Reliable bad data processing for real-time state estimation. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 5, p. 1126–1139, 1983.

- [13] CLEMENTS, K.; SIMÕES COSTA, A. Topology error identification using normalized Lagrange multipliers. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 13, n. 2, p. 347–353, 1998.
- [14] ALSAC, O.; VEMPATI, N.; STOTT, B.; MONTICELLI, A. Generalized state estimation. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 13, n. 3, p. 1069–1075, 1998.
- [15] SIMÕES COSTA, A.; LOURENCO, E.; CLEMENTS, K. Power system topological observability analysis including switching branches. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 17, n. 2, p. 250–256, 2002.
- [16] CLEMENTS, K.; WOLLENBERG, B. An algorithm for observability determination in power system state estimation. In: *IEEE PES Summer Meeting*. [S.l.: s.n.], 1975. v. 75, p. 447–449.
- [17] KRUMPHOLZ, G.; CLEMENTS, K.; DAVIS, P. Power system observability: a practical algorithm using network topology. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 4, p. 1534–1542, 1980.
- [18] QUINTANA, V.; SIMÕES COSTA, A.; MANDEL, A. Power system topological observability using a direct graph-theoretic approach. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 3, p. 617–626, 1982.
- [19] MONTICELLI, A.; WU, F. Network observability: Identification of observable islands and measurement placement. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 5, p. 1035–1041, 1985.
- [20] GARCIA, A.; MONTICELLI, A.; ABREU, P. Fast decoupled state estimation and bad data processing. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 5, p. 1645–1652, 1979.
- [21] MONTICELLI, A.; GARCIA, A. Fast decoupled state estimators. *Power Systems, IEEE Transactions on*, v. 5, n. 2, p. 556–564, may 1990.
- [22] GENTLEMAN, W. Least squares computations by Givens transformations without square roots. *IMA Journal of Applied Mathematics*, IMA, v. 12, n. 3, p. 329, 1973.

- [23] SIMÕES COSTA, A.; QUINTANA, V. An orthogonal row processing algorithm for power system sequential state estimation. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 8, p. 3791–3800, 1981.
- [24] SIMÕES COSTA, A.; QUINTANA, V. A robust numerical technique for power system state estimation. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 2, p. 691–698, 1981.
- [25] HAMMARLING, S. A note on modifications to the Givens plane rotation. *IMA Journal of Applied Mathematics*, IMA, v. 13, n. 2, p. 215–218, 1974.
- [26] VEMPATI, N.; SLUTSKER, I.; TINNEY, W. Enhancement to Givens rotations for power system state estimation. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 6, n. 2, p. 842–849, 1991.
- [27] MONTICELLI, A.; MURARI, C.; WU, F. A hybrid state estimator: Solving normal equations by orthogonal transformations. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 12, p. 3460–3468, 1985.
- [28] ASCHMONEIT, F.; PETERSON, N.; ADRIAN, E. State estimation with equality constraints. In: *Proc. 10th PICA Conf.* [S.l.: s.n.], 1977. p. 427–430.
- [29] GJELSVIK, A.; AAM, S.; HOLTEN, L. Hachtel's augmented matrix method - A rapid method improving numerical stability in power system static state estimation. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 11, p. 2987–2993, 1985.
- [30] LIU, W.; WU, F.; HOLTEN, L.; GJELSVIK, A.; AAM, S. Computational issues in the Hachtel's augmented matrix method for power system state estimation. In: *Proc. Power Syst. Computat. Conf.* [S.l.: s.n.], 1987. p. 1987.
- [31] GU, J.; CLEMENTS, K.; KRUMPHOLZ, G.; DAVIS, P. The solution of ill-conditioned power system state estimation problems via the method of Peters and Wilkinson. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 10, p. 3473–3480, 1983.
- [32] ABNT. *NBR 6855 - Transformador de potencial indutivo*. [S.l.], 2009.

- [33] KINDERMANN, G. Proteção de sistemas elétricos de potência. *Florianópolis: UFSC*, 1999.
- [34] SLOMOVITZ, D. Electronic system for increasing the accuracy of in-service instrument-current transformers. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 52, n. 2, p. 408–410, 2003.
- [35] MAMEDE, J. *Manual de equipamentos elétricos*. [S.l.]: LTC, 2005.
- [36] MELIOPOULOS, A.; COKKINIDES, G.; GALVAN, F.; FARDEANESH, B.; MYRDA, P. Delivering accurate and timely data to all. *Power and Energy Magazine, IEEE*, IEEE, v. 5, n. 3, p. 74–86, 2007.
- [37] LIRA, R.; DECKER, I. C.; AGOSTINI, M. N. Influência dos canais de instrumentação na exatidão da medição sincronizada de fasores. *Simpósio Brasileiro de Sistemas de Potência - SBSE*, 2010.
- [38] CARO, E.; CONEJO, A.; MINGUEZ, R. Power system state estimation considering measurement dependencies. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 24, n. 4, p. 1875–1885, 2009.
- [39] MONTICELLI, A. *State estimation in electric power systems: a generalized approach*. [S.l.]: Springer Netherlands, 1999.
- [40] ABUR, A.; EXPOSITO, A. *Power system state estimation: Theory and implementation*. [S.l.]: CRC Press, 2004.
- [41] BONANOMI, P. Phase angle measurements with synchronized clocks-principle and applications. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 12, p. 5036–5043, 1981.
- [42] MISSOUT, G.; GIRARD, P. Measurement of bus voltage angle between Montreal and Sept-Iles. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 2, p. 536–539, 1980.
- [43] NORTH AMERICAN SYNCHROPHASOR INITIATIVE (NASPI). *Guidelines for synchronization techniques accuracy and availability*. [S.l.], 2008.

- [44] MEDFASEE. *Sistema de medição fasorial sincronizada com aplicações em sistemas de energia elétrica*. Disponível em: <<http://www.medfasee.ufsc.br>>.
- [45] JUNIOR, J. P. S.; SANTOS, H. T.; SILVA, J. A.; MANO, R. REGER - Uma metodologia para evolução dos SSC dos centros de operação do ONS. *X EDAO – Encontro para debates de assuntos da operação*, 2008.
- [46] VANFRETTI, L.; CHOW, J.; SARAWGI, S.; FARDANESH, B. A phasor-data-based state estimator incorporating phase bias correction. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 2011.
- [47] IEEE Standard for Synchrophasors for Power Systems. *IEEE Std 1344-1995(R2001)*, 1995.
- [48] IEEE Standard for Synchrophasor Measurements for Power Systems. *IEEE Std C37.118.1-2011 (Revision of IEEE Std C37.118-2005)*, 2011.
- [49] IEEE Standard for Synchrophasor Data Transfer for Power Systems. *IEEE Std C37.118.2-2011 (Revision of IEEE Std C37.118-2005)*, 28 2011.
- [50] REASON. *RPV-311 Registrador digital de perturbações multifunção*. [S.l.].
- [51] DONOLO, M. Advantages of synchrophasor measurements over SCADA measurements for power system state estimation. *SEL Application Note (LAN2006-10)*, 2007.
- [52] WOOD, A.; WOLLENBERG, B. *Power generation operation & control*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2006.
- [53] SWERLING, P. Modern state estimation methods from the viewpoint of the method of least squares. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 16, n. 6, p. 707–719, 1971.
- [54] HALLECK, J. B. *Block matrix Givens rotation*. Disponível em: <<http://home.utah.edu/~nahaj/math/blockgivens.html>>.
- [55] LEITES, R.; SIMÕES COSTA, A. An orthogonal state estimator with phasor measurement processing capability. *3rd. Brazilian Symposium of Electric Systems, Belém, Brazil*, 2010.

- [56] CHEN, J.; ABUR, A. Placement of PMUs to enable bad data detection in state estimation. *Power Systems, IEEE Transactions on*, v. 21, n. 4, p. 1608–1615, nov. 2006. ISSN 0885-8950.
- [57] BALDWIN, T.; MILI, L.; BOISEN M.B., J.; ADAPA, R. Power system observability with minimal phasor measurement placement. *Power Systems, IEEE Transactions on*, v. 8, n. 2, p. 707–715, may 1993. ISSN 0885-8950.
- [58] PHADKE, A.; THORP, J.; KARIMI, K. State estimation with phasor measurements. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 1, n. 1, p. 233–238, 1986.
- [59] SIMÕES COSTA, A.; ALBUQUERQUE, A. A two-stage orthogonal estimator to incorporate phasor measurements into power system real-time modeling. *Power Systems Computation Conference (PSCC)*, 2011.
- [60] ZHOU, M.; CENTENO, V.; THORP, J.; PHADKE, A. An alternative for including phasor measurements in state estimators. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 21, n. 4, p. 1930–1937, 2006.
- [61] LERRO, D.; BAR-SHALOM, Y. Tracking with debiased consistent converted measurements versus EKF. *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 29, n. 3, p. 1015–1022, 1993.
- [62] ANDERSON, B. D.; MOORE, J. B. *Optimal filtering*. [S.l.]: Prentice-hall Englewood Cliffs, NJ, 1979.
- [63] KEMA. *Metrics for determining the impact of phasor measurements on power system state estimation*. [S.l.], January 2006. Eastern Interconnection Phasor Project.
- [64] BEZ, D.; SIMÕES COSTA, A. Enhanced probabilistic modeling of phasor measurement errors in hybrid SCADA-PMU state estimation. In: *12th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems (12th PMAPS)*. [S.l.: s.n.], 2012.
- [65] BEZ, D.; SIMÕES COSTA, A. Inclusão de medidas fasoriais na modelagem em tempo real de sistemas de potência via estimação de estados em dois estágios. In: *IV Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos*. [S.l.: s.n.], 2012.

- [66] LEITES, R. *Processamento de medidas fasoriais de tensão e corrente na estimação de estados em sistemas de potência*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2010.